

& GETAL & RUIMTE

A



Noordhoff Uitgevers

Legenda

1 Voorkennis

Kennis van enkele onderwerpen uit de onderbouw of uit een voorgaand hoofdstuk die je paraat moet hebben.

02 Oriëntatie-opgave

Opgave waarmee je je oriënteert op de theorie erna.

3 Gewone opgave

Na de theorie ga je oefenen met de gewone opgaven.

R4 Reflectie-opgave

In een reflectie-opgave kijk je nog eens terug op een voorgaand probleem.

A5 Afsluitende opgave

De afsluitende opgaven geven het beoogde beheersingsniveau aan.

E6 Extra opgave

Opgaven waarmee je extra wordt uitgedaagd.

Route-aanduiding

1 Basisroute

2 Middenroute

3 Uitdagende route

NB De symbolen van de route-aanduiding kunnen in combinaties voorkomen.

1 Opgaven zonder route-aanduiding

In de Diagnostische toets en in de Gemengde opgaven hebben opgaven geen route-aanduiding.

[▶ GR] Verwijzing naar een module van de GR-handleiding.

[▶ WERKBLAD] Verwijzing naar een werkblad.

Inhoud

1 Tabellen en grafieken 6

Beginopdracht De Triathlon van Maastricht	8
Voorkennis Procenten	9
1.1 Rekenen met procenten en verhoudingen	11
1.2 Maatsystemen	22
1.3 Omgaan met tabellen	31
1.4 Informatie in grafieken	41
Eindopdracht RUN Winschoten	49
Diagnostische toets	50

2 De statistische cyclus 52

Beginopdracht Elektrisch rijden	54
Voorkennis Centrummaten en frequentietabellen	55
2.1 De onderzoeksvraag	57
2.2 Data verzamelen	66
2.3 Centrum- en spreidingsmaten	72
2.4 Representatie van data	80
2.5 Conclusies trekken	91
Eindopdracht Nederlands energieverbruik	101
Diagnostische toets	102

3 Lineaire verbanden 104

Beginopdracht Draf en galop	106
Voorkennis Haakjes wegwerken en vergelijkingen oplossen	107
3.1 Lineaire formules	109
3.2 Lineaire formules vergelijken	117
3.3 Lineaire formules opstellen	126
3.4 Lineaire vergelijkingen met twee variabelen	136
Eindopdracht Man en paard	141
Diagnostische toets	142

4 Handig tellen 144

Beginopdracht Spelbord ontwerp	146
Voorkennis Teldiagrammen	147
4.1 Regels bij telproblemen	148
4.2 Permutaties en combinaties	156
4.3 Allerlei telproblemen	165
Eindopdracht Cirkelvormig spelbord	177
Diagnostische toets	178

Gemengde opgaven	180
Formuleblad	203
Overzicht GR-modules	204
Overzicht routes	205
Trefwoordenregister	209
Verantwoording	211



Tabellen en grafieken

Wat leer je?

- Allerlei berekeningen met procenten.
- Rekenen met verhoudingen.
- Werken met de wetenschappelijke notatie.
- Berekeningen maken met verschillende eenheden.
- Het aflezen van informatie uit tabellen.
- Interpoleren en extrapoleren.
- Werken met allerlei soorten grafieken, waaronder grafiekenbundels.





Beginopdracht De Triathlon van Maastricht

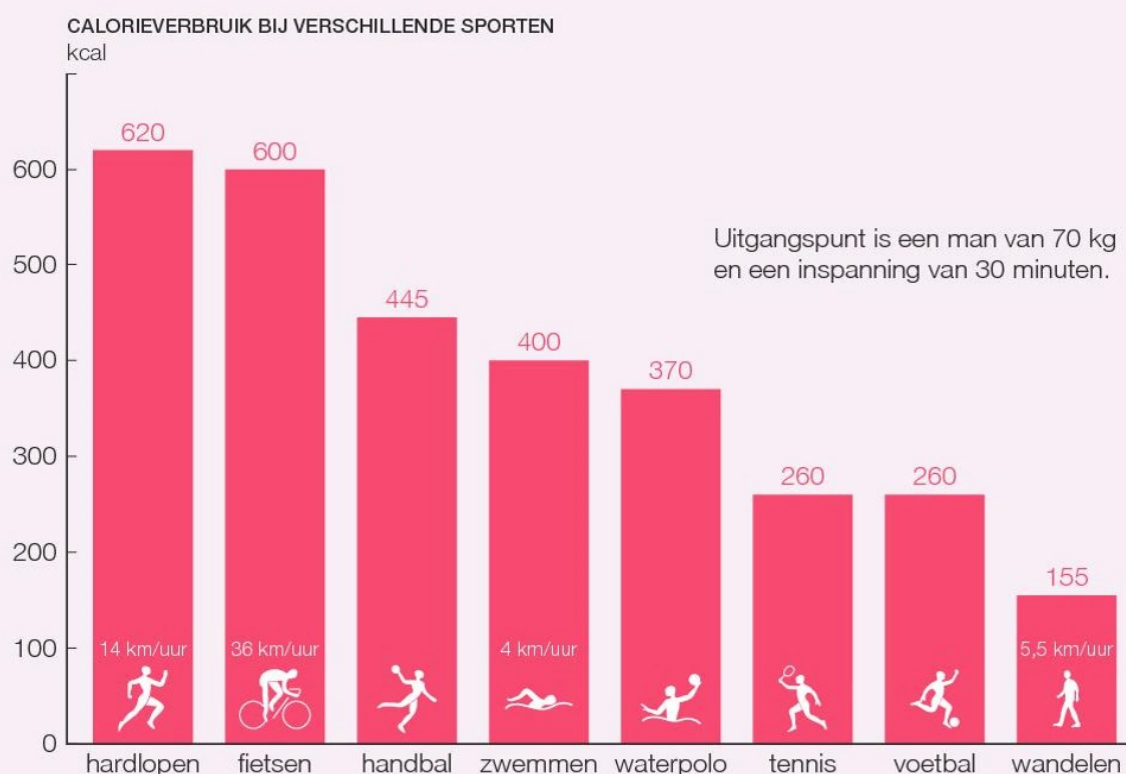
Op 25 mei 2017 vond de eerste Triathlon van Maastricht plaats. De deelnemers zwommen eerst 1,9 km in de Maas tegen de stroom in en daarna 1,9 km terug met de stroom mee. Het fietsparcours (met in totaal 1100 hoogtemeters) bestaat uit twee rondes van 89 km door Maastricht en het Limburgse land. Het loopparcours bestaat uit vier rondes van 10,55 km door Maastricht.

Dennis heeft meegedaan aan deze triathlon. Hij zwom met een gemiddelde snelheid van 4 km per uur. Hij fietste met een gemiddelde snelheid van 36 km per uur en zijn gemiddelde snelheid bij het lopen was 14 km per uur. Dennis weegt 70 kg.

Dennis is ook een fanatieke tennisser.

Als hij dezelfde tijd aan tennissen zou besteden als aan de triathlon, dan verbrandt hij minder calorieën.

Bereken hoeveel procent minder. Gebruik de informatie in de figuur hieronder.



Voorkennis Procenten

Theorie A Percentages berekenen

18% betekent 18 van de 100, dus $18\% = \frac{18}{100} = 0,18$.

En zo is $5\% = \frac{5}{100} = 0,05$, $8,7\% = \frac{8,7}{100} = 0,087$ en $0,3\% = \frac{0,3}{100} = 0,003$.

Je berekent 18% van 620 als volgt: 18% van 620 is $0,18 \times 620 = 111,6$.

Hoeveel is 23% van 75,8?

23% van 75,8 is $0,23 \times 75,8 = 17,434$.

Neemt een hoeveelheid met 17% toe, dan krijg je $100\% + 17\% = 117\%$.

Hierbij hoort de factor 1,17.

En zo geeft een toename van 2,4% de factor 1,024 en een afname van 3% de factor 0,97.

Neemt een hoeveelheid van 680 met 15,6% toe, dan krijg je $1,156 \times 680 = 786,08$.

Neemt een hoeveelheid van 520 met 4,8% af, dan krijg je $0,952 \times 520 = 495,04$.

1 Bereken.

a 8% van 57

d 0,2% van 780

b 3,8% van 820

e 1,08% van 58

c 85% van 1783

f 0,04% van 850

2 Hoeveel krijg je als

a 480 met 15% toeneemt

c 315 met 0,14% toeneemt

b 700 met 6% afneemt

d 2,5 met 1,2% afneemt?

Theorie B Hoeveel procent is A van B?

In een klas zitten 28 leerlingen van wie er zes zijn blijven zitten.

Dat is $\frac{6}{28} \times 100\% \approx 21,4\%$. En zo is 7 van 18 gelijk aan $\frac{7}{18} \times 100\% \approx 38,9\%$.

Hoeveel procent is 51 van 78?

51 van 78 is $\frac{51}{78} \times 100\% \approx 65,4\%$.

3 Hoeveel procent is

a 11 van 53

d 0,3 van 1,8

b 18 van 720

e 12,3 van 78,5

c 830 van 1125

f 0,08 van 0,12?

Rond percentages af op één decimaal.

Theorie C Procentuele verandering

Op een school zitten 1315 leerlingen. Vorig schooljaar waren dat er 1248. De toename van het aantal leerlingen is $1315 - 1248$.

De toename in procenten is $\frac{1315 - 1248}{1248} \times 100\% \approx 5,4\%$.

Deel door het oorspronkelijke aantal, dus deel door OUD.

$$\text{Procentuele verandering} = \frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\%$$

Neemt de jaaromzet van een bedrijf af van 18,3 miljoen euro tot 16,2 miljoen euro, dan is de procentuele verandering gelijk aan

$$\frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\% = \frac{16,2 - 18,3}{18,3} \times 100\% \approx -11,5\%.$$

Het minteken bevestigt dat er sprake is van een afname.

De procentuele afname is 11,5%.

- 4 Bereken telkens de procentuele toename of afname.

Een hoeveelheid neemt

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| a toe van 730 tot 850 | d af van 820 tot 728 |
| b toe van 7,8 tot 13,1 | e af van 1019 tot 101 |
| c toe van 53 tot 55 | f toe van 53 tot 140. |

- 5 In Nederland wordt steeds minder live televisie gekeken en steeds meer naar films en series die door streamingsdiensten worden aangeboden.

- a In 2016 groeide het aantal Nederlandse abonnees van de streamingsdienst Netflix van 1,3 miljoen naar 2,3 miljoen. Hoeveel procent was de toename?
- b Het aantal abonnementen voor televisie daalde in 2016 juist van 7,46 miljoen naar 7,40 miljoen. Hoeveel procent was de afname?



1.1 Rekenen met procenten en verhoudingen

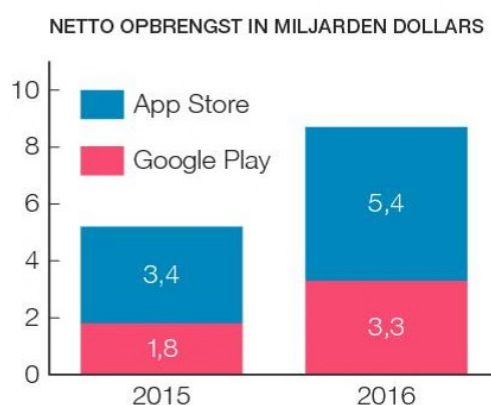
Theorie A De grafische rekenmachine

Bij het vak wiskunde werk je met de grafische rekenmachine, voortaan afgekort met GR. In de handleiding GR staat hoe je dit apparaat kunt gebruiken.

[►GR] Neem de module **Berekeningen op het basisscherm** door.

01
□ ⊗ *

In de figuur hiernaast zie je de netto opbrengsten van de App Store en Google Play in 2015 en 2016. Floris beweert dat de netto opbrengst van de App Store meer is toegenomen dan de netto opbrengst van Google Play. Ilse is het hier niet mee eens. Waarom zijn beide beweringen te verdedigen?



figuur 1.1

Theorie B Procentberekeningen

Bij het vergelijken van gegevens in tabellen krijg je vaak te maken met vragen als

- In welke periode is de toename het grootst?
- Wat is het sterkst toegenomen?

Je onderscheidt hierbij **absolute** en **relatieve veranderingen**.

Bij veranderingen in aantallen gaat het om absolute veranderingen.

Bij veranderingen in procenten gaat het om relatieve veranderingen.

Hieronder staan zeven soorten vragen die je kunt tegenkomen bij procentberekeningen.

1 Hoeveel is 11,8% van 580?

11,8% van 580 is $0,118 \cdot 580 = 68,44$

2 Hoeveel procent is 23 van 78?

23 van 78 is $\frac{23}{78} \times 100\% \approx 29,5\%$

De vermenigvuldigingspunt $\cdot$ betekent hetzelfde als $\times$.

- 3 Een hoeveelheid neemt toe van 35 tot 47.**

Hoeveel procent is de toename?

De procentuele toename is

$$\frac{47 - 35}{35} \times 100\% \approx 34,3\%.$$

De procentuele verandering is

$$\frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\%.$$

- 4 Een hoeveelheid van 250 neemt met 8% toe.**

Hoeveel is de nieuwe hoeveelheid?

$$\text{NIEUW} = 1,08 \times \text{OUD}, \text{ dus } \text{NIEUW} = 1,08 \cdot 250 = 270.$$

- 5 Een hoeveelheid van 1800 neemt met 11% af.**

Hoeveel is de nieuwe hoeveelheid?

$$\text{NIEUW} = 0,89 \times \text{OUD}, \text{ dus } \text{NIEUW} = 0,89 \cdot 1800 = 1602.$$

- 6 Een hoeveelheid neemt met 12% toe tot 1456.**

Hoeveel was de oorspronkelijke hoeveelheid?

$$\text{NIEUW} = 1,12 \times \text{OUD} \text{ en } \text{NIEUW} = 1456$$

$$\text{Dus } 1,12 \times \text{OUD} = 1456. \text{ Je krijgt } \text{OUD} = \frac{1456}{1,12} = 1300.$$

- 7 Een hoeveelheid van 290 is 58% van het totaal.**

Hoeveel is het totaal?

$$58\% \text{ van het totaal is } 290, \text{ dus } 0,58 \times \text{totaal} = 290.$$

$$\text{Dit geeft totaal} = \frac{290}{0,58} = 500.$$

Voorbeeld

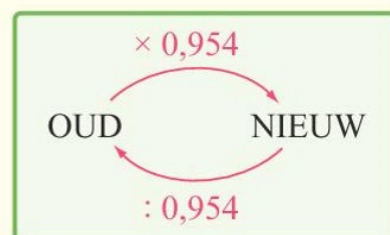
Het aantal bloemenwinkels in Nederland nam in de periode 2014-2016 met 4,6% af tot 3900.

Bereken het aantal bloemenwinkels in 2014.

Aanpak

$$100\% - 4,6\% = 95,4\% \text{ dus } \text{NIEUW} = 0,954 \times \text{OUD} \text{ en}$$

$$\text{dit geeft } \text{OUD} = \frac{\text{NIEUW}}{0,954}.$$



Uitwerking

$$\text{Het aantal bloemenwinkels is } \frac{3900}{0,954} \approx 4100.$$

Je ziet dat het aantal bloemenwinkels is gegeven in honderdtallen.

Daarom is ook het antwoord afgerond op honderdtallen.

Bij veel opdrachten is vermeld hoe nauwkeurig je het antwoord moet geven. Staat er geen informatie over de vereiste nauwkeurigheid, dan houd je je bij procentberekeningen aan de volgende vuistregels.

Vuistregels voor afronden

- Geef NIEUW en OUD in dezelfde nauwkeurigheid.
- Geef percentages in één decimaal nauwkeurig.

Let wel, dit zijn slechts vuistregels die je niet klakkeloos moet toepassen. Ga altijd na of de nauwkeurigheid van je antwoord past bij het gegeven probleem.

2 Waarmee moet je OUD vermenigvuldigen bij



- a een toename van 8%
- b een afname van 3%
- c een toename van 3,2%
- d een afname van 8,7%
- e een toename van 150%
- f een afname van 0,3%?

3 De populariteit van electronic sports (e-sports) maakt de laatste jaren een grote groei door. E-sports staat ook bekend als professioneel gamen. In 2017 bestond het publiek van e-sports uit 145 miljoen fans. In 2014 waren dat er 89 miljoen.



- a Bereken de procentuele toename van het aantal fans.
- b Door de groei van het aantal fans willen steeds meer bedrijven reclame maken bij e-sports. De reclame-inkomsten groeiden daardoor van 194 miljoen dollar in 2014 naar 465 miljoen dollar in 2017. Hoeveel keer zo groot is de relatieve toename van de reclame-inkomsten vergeleken met die van de fans?



- 4**
- a Een koffiezetapparaat wordt met 25% korting verkocht voor 81 euro. Wat was de oorspronkelijke prijs?
 - b Inclusief 21% btw kost een fiets 552 euro. Hoeveel kost de fiets zonder btw?
 - c In 2017 was de gemiddelde CO₂-uitstoot van personenauto's 109 gram CO₂ per km. Dat was 34% minder dan in 2007. Wat was de gemiddelde CO₂-uitstoot van personenauto's in 2007?



5

Zie de tabel over het aantal elektrische personenauto's op 1 januari in Nederland.

ELEKTRISCHE PERSONENAUTO'S IN NEDERLAND

type	2015	2018
volledig elektrisch	7400	21 800
hybride	111 800	152 000
plug-in hybride	36 800	97 300
totaal	156 000	271 100



- Bij welk type is de relatieve toename het grootst?
- Hoeveel procent van het totale aantal elektrische personenauto's was in 2015 volledig elektrisch?
- Het totale aantal personenauto's in Nederland was 8,4 miljoen in 2018.
Hoeveel procent van de personenauto's was elektrisch?
- In 2015 was slechts 2,1% van de personenauto's elektrisch.
Bereken het totale aantal personenauto's in 2015.
- In 2018 was het aantal plug-in hybride personenauto's 1,6% meer dan in 2017.
Hoeveel plug-in hybride personenauto's waren er in 2017?

6

Zie de tabel over het aantal havoleerlingen per profiel in de periode 2012-2017.

LEERLINGEN HAVO 4 EN 5 PER PROFIEL

	2012	2017
NT	12 000	14 300
NG	22 100	
EM		53 200
CM		



- Met hoeveel procent is het aantal leerlingen met een NT-profiel in deze periode toegenomen?
- Het aantal leerlingen met een NG-profiel is in deze periode met 29,9% toegenomen.
Hoeveel leerlingen hadden in 2017 een NG-profiel?
- Het aantal leerlingen met een EM-profiel nam in deze periode met 4,2% toe.
Hoeveel leerlingen hadden dit profiel in 2012?
- Het aantal leerlingen met een CM-profiel nam met 3300 af. Dat is een afname van 19,4%.
Hoeveel CM-leerlingen waren er in 2017?

A7
☐◎*

De volgende vragen gaan over de gemeenteraadsverkiezingen in de stad Utrecht in 2018. In totaal brachten 157 822 mensen hun stem uit.

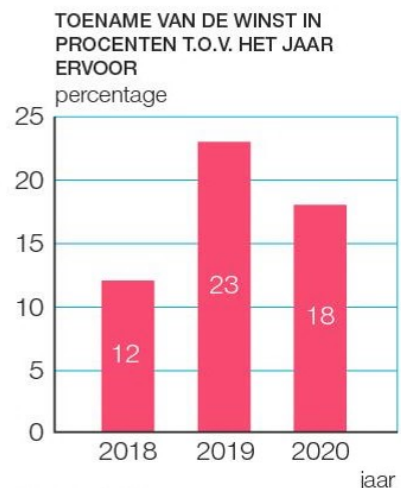
Rond in deze opgave aantallen af op honderdtallen.

- a** De PvdA behaalde 6,2% van de stemmen.
Hoeveel stemmen zijn dat?
- b** GroenLinks werd de grootste partij. Vergeleken met de gemeenteraadsverkiezingen in 2014 haalden ze 54,0% meer stemmen. In 2014 stemden er 23 531 mensen op GroenLinks.
Hoeveel mensen stemden in 2018 op GroenLinks?
- c** Ook de VVD boekte winst. Er stemden 20 522 mensen op deze partij. Dat is maar liefst 35,7% meer dan in 2014.
Hoeveel mensen stemden in 2014 op de VVD?
- d** Er stemden 8428 mensen op het CDA.
Hoeveel procent van de stemmen kreeg het CDA?
- e** In 2014 was D66 nog de grootste partij in Utrecht. Toen stemden 36 829 mensen op deze partij. In 2018 waren dat er 4094 minder.
Met hoeveel procent is het aantal D66-stemmen afgenomen in 2018 vergeleken met 2014?
- f** Het opkomstpercentage in Utrecht was 59,0%.
Hoeveel stemgerechtigden telde Utrecht in 2018?
- g** Vergeleken met 2014 leverde de SP stemmen in. In 2014 stemden 13 223 mensen op de SP. In 2018 waren dat er 51,5% minder.
Hoeveel mensen stemden in 2018 op de SP?
- h** Vergeleken met 2014 stemden er 1053 meer mensen op de ChristenUnie (CU). Dat komt neer op een toename van 19,5%.
Hoeveel mensen stemden in 2018 op de CU?

A8
☐◎*

Een firma maakte in 2017 een winst van 8 miljoen euro.

In het staafdiagram in figuur 1.2 zie je de winstontwikkeling in de daaropvolgende jaren. Met hoeveel procent is de winst toegenomen in de periode 2017-2020?



figuur 1.2

A9
☐◎*

In 2017 waren er in een stad 240 geboorten. In 2018 waren dat er 324. Neem aan dat de procentuele toename elk jaar hetzelfde is.

- a** Hoeveel geboorten waren er in 2019?
- b** Hoeveel geboorten waren er in 2016?

R10
□ ⊙ *

Bij procentberekeningen is een fout snel gemaakt. Voor de hand liggende conclusies blijken vaak niet te kloppen.

Wat is er mis bij de volgende uitspraken?

- a In 2018 was de winst van een bedrijf 15% meer dan in 2017 en in 2019 was de winst zelfs 25% meer dan in 2018.
Dus de winst in 2019 was 40% meer dan in 2017.
- b Een bedrag eerst met 15% verhogen en daarna het verkregen bedrag weer met 15% verlagen levert het oorspronkelijke bedrag op.
- c Van de jongens heeft 40% een onvoldoende en van de meisjes 20%.
Dus 30% van de klas heeft een onvoldoende.

E11
*

- a Tijdens de drie zomermaanden is een hotel voor 88% bezet, de andere maanden voor slechts 40%.
Voor hoeveel procent is het hotel het hele jaar gemiddeld bezet?
- b In een vat zit 30 liter meer als het voor 30% leeg is dan wanneer het voor 30% vol is.
Hoeveel liter zit er in het vat als het vol is?
- c Een dorstige kameel bestaat voor 84% van zijn gewicht uit water. Nadat hij zijn dorst heeft gelest, weegt hij 800 kg en bestaat voor 85% uit water.
Hoeveel woog hij voordat hij begon te drinken?



E12
*

- a Een hoeveelheid H neemt 10 jaar achter elkaar met 2,5% toe.
Voor de hoeveelheid H_{nieuw} na 10 jaar geldt $H_{\text{nieuw}} = a \cdot H$.
Bereken a . Rond af op twee decimalen.
- b Bij een groei van 6% per jaar duurt het t jaar totdat een hoeveelheid H is verdubbeld.
Bereken t in jaren nauwkeurig.

O13
□ ⊙ *

Hiernaast zie je hoeveel ingrediënten nodig zijn om voor zes personen romig aardbeienijs te maken.
Hoeveel eieren zijn nodig om voor tien personen dit ijs te maken? En hoeveel gram poedersuiker?



Theorie C Verhoudingen

Jesse verdient met zijn bijbaantje € 6,50 per uur. Hierbij hoort de volgende **verhoudingstabel**.

aantal gewerkte uren	1	2	3	8	12
bedrag in euro's	6,50	13	19,50	52	78

Diagram illustrating the relationship between the number of hours worked and the amount earned in euros. The table shows that for 1 hour, the amount is 6,50; for 2 hours, it is 13; for 3 hours, it is 19,50; for 8 hours, it is 52; and for 12 hours, it is 78. Red arrows indicate the scaling factors: from 1 to 2 (×2), from 2 to 12 (×6), from 3 to 12 (×4), from 8 to 12 (×1.5), from 6,50 to 13 (×2), from 19,50 to 52 (×2.66...), and from 78 to 52 (×0.66...).

We zeggen dat de **verhouding** tussen het aantal gewerkte uren en het bedrag in euro's steeds hetzelfde is.

De verhouding 2 : 13 spreek je uit als 'twee staat tot dertien'.

Door 8 : 52 en 12 : 78 te vereenvoudigen zie je dat deze verhoudingen gelijk zijn aan 2 : 13.

Vereenvoudig een verhouding zo ver mogelijk.

In een verhoudingstabel hebben de getallen die onder elkaar staan allemaal dezelfde verhouding.

Om een bedrag van 225 euro te verdelen in de verhouding 2 : 3, maak je eerst $2 + 3 = 5$ gelijke delen. Eén deel is $\frac{1}{5} \cdot 225 = 45$ euro, dus de bedragen zijn $2 \cdot 45 = 90$ euro en $3 \cdot 45 = 135$ euro.

Ook 2 : 5 : 8 is een verhouding.

Om een bedrag van 360 euro in deze verhouding te verdelen, maak je eerst $2 + 5 + 8 = 15$ gelijke delen. Eén deel is $\frac{1}{15} \cdot 360 = 24$ euro, dus de bedragen zijn $2 \cdot 24 = 48$ euro, $5 \cdot 24 = 120$ euro en $8 \cdot 24 = 192$ euro.

De bedragen zijn ook in één keer als volgt te berekenen, namelijk $\frac{2}{15} \cdot 360 = 48$ euro, $\frac{5}{15} \cdot 360 = 120$ euro en $\frac{8}{15} \cdot 360 = 192$ euro.

Voorbeeld

Op een school komen de leerlingen uit de plaatsen A, B en C in de verhouding 8 : 7 : 5. Er zijn 68 leerlingen meer uit B dan uit C.

Hoeveel leerlingen komen uit plaats A?

Aanpak

Bedenk dat B zeven delen en C vijf delen heeft, dus B heeft twee delen meer dan C.

Uitwerking

Twee delen zijn 68 leerlingen, dus één deel is 34 leerlingen.

Het aantal leerlingen uit A is $8 \cdot 34 = 272$.

14



- a** Anna, Bram en Eva doen mee aan een estafette-loop van in totaal 24 km. Ze spreken af dat ze de afstand zullen verdelen in de verhouding 1 : 2 : 3 waarbij Anna de kortste afstand loopt en Eva de langste.

Hoeveel km moet ieder afleggen?

- b** Bij een andere estafette-loop hebben Anna, Bram en Eva de afstand verdeeld in de verhouding 4 : 5 : 7 waarbij Anna de kortste afstand loopt en Eva de langste. Eva loopt 4,5 km meer dan Anna. Hoeveel km loopt Bram in deze estafette-loop?

15



- a** In Qatar wonen 47 vrouwen per 100 mannen. Qatar heeft een populatie van 2,32 miljoen inwoners.

Hoeveel vrouwen wonen er in Qatar?

- b** In China zijn er 6 mannen per 5 vrouwen. Het totale aantal inwoners is 1,38 miljard.

Hoeveel mannen telt China meer dan vrouwen?

16



Twée even grote flessen zijn geheel gevuld met een mengsel van water en sap. De verhouding van water en sap in de eerste fles is 2 : 1 en in de tweede fles 4 : 1. Beide flessen worden leeggegoten in dezelfde karaf.

Wat wordt de verhouding van water en sap in de karaf?

A17



- a** In een dorp is de verhouding van het aantal volwassen mannen tot het aantal volwassen vrouwen gelijk aan 2 : 3. De verhouding van het aantal volwassen vrouwen tot het aantal kinderen is gelijk aan 6 : 1.

Wat is de verhouding van het aantal volwassenen (mannen en vrouwen) tot het aantal kinderen?

- b** Olivia, Ina en Nathalie hebben 770 noten geraapt. Ze verdelen ze in de verhouding van hun leeftijden. Voor iedere 3 noten die Olivia kreeg, kreeg Ina er 4. Voor iedere 7 noten die Nathalie kreeg, kreeg Ina er 6.

Hoeveel noten kreeg de jongste?



A18
☐◎*

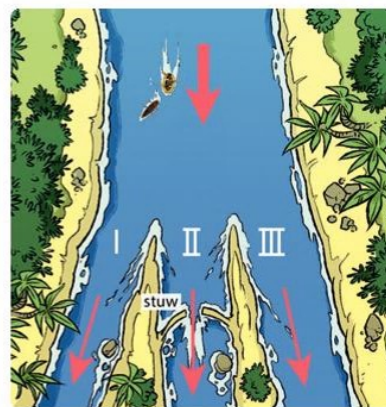
Een rivier splitst zich in drie takken, zie figuur 1.3.
Bij een aanvoer van minder dan $2400 \text{ m}^3/\text{s}$ verhouden de afvoeren in de takken I, II en III zich als 3 : 4 : 5.

- a** Bereken de afvoeren in I, II en III als er $2340 \text{ m}^3/\text{s}$ wordt aangevoerd.

De afvoer in tak II mag niet meer zijn dan $800 \text{ m}^3/\text{s}$.

Als deze afvoer meer dreigt te worden, dan zorgt de stuw in II ervoor dat de afvoer daar $800 \text{ m}^3/\text{s}$ is. De afvoeren in I en III verhouden zich dan als 3 : 5.

- b** Bereken de afvoeren in I, II en III als er $3000 \text{ m}^3/\text{s}$ wordt aangevoerd.
c Bereken de aanvoer als via tak III de afvoer $1500 \text{ m}^3/\text{s}$ is.



figuur 1.3

INFORMATIEF

Stuw in rivier

Stuwen worden in rivieren aangelegd om waterstromen te sturen. Er zijn vaste stuwen en er zijn regelbare stuwen. Ze worden gebruikt om het water in hoger gelegen gebieden vast te houden of juist om te voorkomen dat lager gelegen gebieden overstroomd. Verder wordt met stuwen gegarandeerd dat de scheepvaart een minimale waterstand heeft. In Nederland worden stuwen ook gebruikt om water uit de Rijn via de IJssel naar het IJsselmeer te voeren.



A19
☐◎*

In een land heeft het parlement 150 zetels. Er zijn 5 politieke partijen, die we van groot naar klein A, B, C, D en E noemen. Bij een parlamentsverkiezing stemmen de mensen in de verhouding $a : b : c : d : e$ op deze partijen.

- a** Neem aan dat de verhouding 5 : 4 : 3 : 2 : 1 is.
Licht toe dat er dan twee mogelijkheden zijn om een meerderheid te vormen met twee partijen. Welke mogelijkheden zijn dat en hoeveel zetels horen hierbij?
- b** Hoeveel partijen zijn er minstens nodig om een meerderheid te vormen als de verhouding 10 : 9 : 8 : 7 : 6 is? Licht je antwoord toe.
- c** Onderzoek wat de verhouding $a : b : c : d : e$ is als er steeds 5 zetels zitten tussen twee opeenvolgende partijen.
- d** De partijen A en E hebben samen een meerderheid. De verhouding $a : e$ is 16 : 1 en de verhouding $b : c : d$ is 29 : 19 : 17.
Hoeveel zetels heeft partij A?

Autospuiterij Vermalen is gespecialiseerd in het opknappen van oldtimers. Onderdeel daarvan is het aanbrengen van een laklaag met verharder en thinner.

De verhouding van lak, verharder en thinner is $10 : 5 : 2$. Zo ontstaat een lakmengsel dat goed te spuiten is en bovendien snel verhardt.

Om een bepaalde kleur lakmengsel te krijgen kan Vermalen eerst meerdere kleuren lak met elkaar mengen. Tot slot worden de verharder en thinner toegevoegd.



- a Een klant wil een speciale kleur groen voor zijn Cadillac Eldorado. Deze kleur groen krijg je door blauwe en gele lak te mengen in de verhouding $3 : 2$.
Bereken hoeveel liter gele lak Vermalen moet gebruiken om 8,5 liter lakmengsel te krijgen.
- b Voor het overspuiten van een Porsche 914 is 6,8 liter lakmengsel nodig. De kleur lak krijgt Vermalen door rood, groen en geel te mengen in de verhouding $5 : 1 : 2$. Vermalen heeft nog slechts één blik met 2,5 liter rode lak in de zaak.
Onderzoek of Vermalen meer rode lak moet kopen.
- c Vermalen heeft 5,1 liter lakmengsel nodig voor een Volkswagen Beetle Convertible uit 1978. Voor een bijzonder eindresultaat wil hij voor deze klus een lakmengsel met 25% minder thinner gebruiken dan normaal. Vermalen berekent dat hij dus 0,45 liter thinner nodig heeft. Laat met een berekening zien dat dit klopt en bereken hoeveel liter verharder hij nodig heeft.
- d Vermalen heeft een emmer met 2 liter paarse lak gemaakt door rode en blauwe lak te mengen in de verhouding $3 : 5$. Hij heeft ook een emmer met 3 liter groene lak gemaakt door blauwe en gele lak te mengen in de verhouding $3 : 1$. De klant besluit op het laatste moment dat hij zijn Citroën ID20 Break Familiale toch in één kleur wil, met rood, blauw en geel in de verhouding $3 : 7 : 2$. Vermalen besluit de boel te redden door de twee emmers bij elkaar te gooien en rode en gele lak toe te voegen.
Bereken hoeveel rode en hoeveel gele lak Vermalen moet toevoegen om de verhouding juist te krijgen.

Terugblik

Absolute en relatieve veranderingen

Een verandering in aantallen is een absolute verandering.

Een verandering in procenten is een relatieve verandering.

$$\text{relatieve verandering} = \frac{\text{NIEUW} - \text{OUD}}{\text{OUD}} \times 100\%$$

Procentberekeningen

gegeven	vraag	berekening
5,8% van 50	Hoeveel is dat?	Dat is $0,058 \cdot 50 = 2,9$.
18 van 50	Hoeveel procent is dat?	Dat is $\frac{18}{50} \times 100\% = 36\%$.
een toename van 60 naar 80	Hoeveel is de toename in procenten?	De toename is $\frac{80 - 60}{60} \times 100\% \approx 33,3\%$.
een afname van 80 naar 60	Hoeveel is de afname in procenten?	$\frac{60 - 80}{80} \times 100\% = -25\%$ De afname is 25%.
60 neemt toe met 18%	Hoeveel krijg je?	$\text{NIEUW} = 1,18 \times \text{OUD}$ $\text{NIEUW} = 1,18 \cdot 60 = 70,8$
80 neemt af met 18%	Hoeveel krijg je?	$\text{NIEUW} = 0,82 \times \text{OUD}$ $\text{NIEUW} = 0,82 \cdot 80 = 65,6$
een toename met 18% geeft 80	Hoeveel had je?	$\text{NIEUW} = 1,18 \times \text{OUD}$ $\text{OUD} = \frac{80}{1,18} \approx 67,8$
een afname met 18% geeft 60	Hoeveel had je?	$\text{OUD} = \frac{60}{0,82} \approx 73,2$

Verhoudingen

De verhouding 225 : 600 is te vereenvoudigen tot 3 : 8.

Om €27,50 te verdelen in de verhouding 3 : 8 bereken je eerst $3 + 8 = 11$.

De verdeling is $\frac{3}{11} \cdot €27,50 = €7,50$ en $\frac{8}{11} \cdot €27,50 = €20,-$.

Om €27,50 te verdelen in de verhouding 3 : 4 : 8 bereken je eerst $3 + 4 + 8 = 15$.

De verdeling is $\frac{3}{15} \cdot €27,50 = €5,50$; $\frac{4}{15} \cdot €27,50 \approx €7,33$ en $\frac{8}{15} \cdot €27,50 \approx €14,67$.

Verdelen A, B en C een bedrag in de verhouding 4 : 7 : 9 en krijgt B

€45,- meer dan A, dan zijn 3 delen €45,- en is 1 deel €15,-.

A krijgt $4 \cdot 15 = €60,-$; B krijgt $7 \cdot 15 = €105,-$ en C krijgt $9 \cdot 15 = €135,-$.

1.2 Maatsystemen

021
☐⊗*

Eind 2017 hadden 780 duizend studenten een studieschuld. Gemiddeld was de studieschuld 13 500 euro. Dat betekent dat de totale studieschuld op dat moment ongeveer 10,5 miljard euro was. Zie de berekening op het GR-scherm hiernaast. Licht toe dat de uitkomst $1.053E10$ inderdaad overeenkomt met ongeveer 10,5 miljard.



Theorie A De wetenschappelijke notatie

Bij de berekeningen met een hele grote of kleine uitkomst geeft de GR het antwoord in de **wetenschappelijke notatie**. Hiervan heb je in opgave 21 een voorbeeld gezien.

Je krijgt bijvoorbeeld $80^6 = 2.62144E11$ en dit betekent $2,62144 \cdot 10^{11}$.

Om dit antwoord in de gewone notatie te schrijven verschuif je de komma 11 plaatsen naar rechts.

Dus $80^6 = 262\,144\,000\,000$, oftewel 262,144 miljard.

Je kunt ook schrijven $2,62144 \cdot 10^{11} = 262,144 \cdot 10^9$
exponent 2 lager
komma 2 plaatsen naar rechts
 dus ruim 262 miljard.

$10^3 = 1000$	duizend
$10^6 = 1\,000\,000$	miljoen
$10^9 = 1\,000\,000\,000$	miljard

Bij de berekening van bijvoorbeeld $0,08^6$ geeft de GR $2.62144E-07$ en dit betekent $2,62144 \cdot 10^{-7}$.

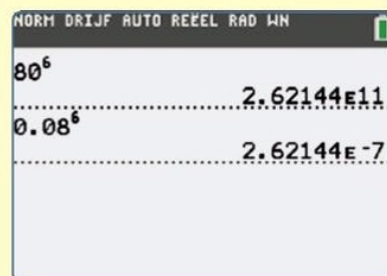
Schrijf je dit getal in de gewone notatie dan krijg je

$2,62144 \cdot 10^{-7} = 0,000000262\,144$.
komma 7 plaatsen naar links

Merk op dat 0,000000262 144 met 7 nullen begint, dit zie je terug in de exponent van $2,62144 \cdot 10^{-7}$.

En zo is $0,000032 = 3,2 \cdot 10^{-5}$.

5 nullen, dus 10^{-5}



In de wetenschappelijke notatie staat een getal in de vorm $a \cdot 10^b$. Hierin is a een getal tussen 1 en 10.

Voorbeeld

Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a $25,2 \cdot 10^8$
- b 685 miljoen
- c 0,00023
- d $0,052 \cdot 10^{-6}$

Uitwerking

- a $25,2 \cdot 10^8 = 2,52 \cdot 10^9$ De komma 1 plaats naar links, dus de exponent plus 1.
- b 685 miljoen = $685 \cdot 10^6 = 6,85 \cdot 10^8$
- c $0,00023 = 2,3 \cdot 10^{-4}$ Vier nullen, dus 10^{-4} .
- d $0,052 \cdot 10^{-6} = 5,2 \cdot 10^{-8}$ De komma 2 plaatsen naar rechts, dus de exponent min 2.

22 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a 432 miljard
- b 0,0061
- c $126 \cdot 10^4$
- d $0,0048 \cdot 10^{-8}$

23 Bereken en schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.
Rond zo nodig af op twee decimalen.

- a $0,03^7$
- b $\left(\frac{1}{12}\right)^4$
- c 225^6
- d $\left(\frac{2}{7}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^2$
- e $\frac{2}{13}$ deel van een miljard
- f $\frac{14}{3 \cdot 10^5}$

24 Bereken. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.

- a $3,5 \cdot 10^6 \times 0,4 \cdot 10^4$
- b $1200 \cdot 55\,000$
- c $12,5 \text{ miljoen} \times 460\,000$
- d $0,018 \times 5 \cdot 10^{-6}$
- e $\frac{1,5 \text{ duizend}}{3 \text{ miljard}}$
- f $0,8^{12} \cdot 2,5^{20}$

Op de TI voer je een getal in de wetenschappelijke notatie in met EE, op de Casio met EXP of $\times 10^x$ en op de HP met EEX.

25 *

- a Schrijf de getallen 84,5 miljard en 0,00075 in de wetenschappelijke notatie.
- b Bereken $0,04^8$ en 215^6 en schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.
- c Bereken $\left(\frac{2}{9}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{11}\right)^3$ en schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.
- d Bereken $1500 \times 6,2 \cdot 10^4$ en $\frac{18 \text{ miljoen}}{2,4 \text{ miljard}}$ en schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie.

A26
 *

Schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie.

- a** De 7,8 miljoen Nederlandse huishoudens hebben een gemiddeld spaartegoed van 44 500 euro.
 Hoeveel euro is het totale spaartegoed van alle Nederlandse huishoudens?
- b** De kans om in de Staatsloterij de jackpot te winnen is vier op de 25 miljard.
 Bereken deze kans.

A27
 *

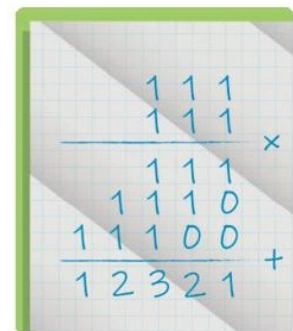
Schrijf de antwoorden in de wetenschappelijke notatie. Rond zo nodig af op twee decimalen.

- a** Op aarde is er voor elk van de 7,7 miljard mensen ongeveer 180 miljoen m^3 water aanwezig.
 Hoeveel m^3 water is er ongeveer op aarde aanwezig?
- b** Van een medicijn is direct na toediening 5 mg in het bloed aanwezig. De hoeveelheid medicijn neemt per uur met 40% af. Dat betekent dat er na twee uur nog $5 \cdot 0,6^2 = 1,8$ mg van het medicijn in het bloed aanwezig is.
 Hoeveel mg is er na 24 uur nog in het bloed aanwezig?

E28
 *

Schrijf in deze opgave de antwoorden niet in de wetenschappelijke notatie.

- a** Bereken 1111^2 en 11111^2 . Welke regelmaat zie je?
- b** Gebruik de regelmaat die je bij a hebt gevonden om 111111^2 (6 enen) en 1111111111^2 (10 enen) te berekenen.



O29
 *

Je weet dat 1 hectometer = 100 meter. Notatie $1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$.

Een vierkante hectometer is dus $100 \times 100 = 10000$ vierkante meter.

Een vierkante hectometer wordt ook wel hectare genoemd.

Notatie $1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10000 \text{ m}^2$.

Het weiland van boer Aart is 300 bij 420 meter.

Hoeveel hectare is dat?

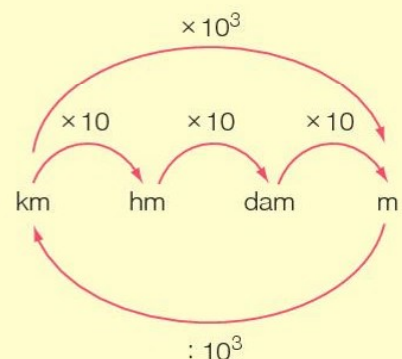
Theorie B Lengte, oppervlakte en inhoud

Je weet dat $1 \text{ km} = 10 \text{ hm}$ en $1 \text{ hm} = 100 \text{ meter}$.

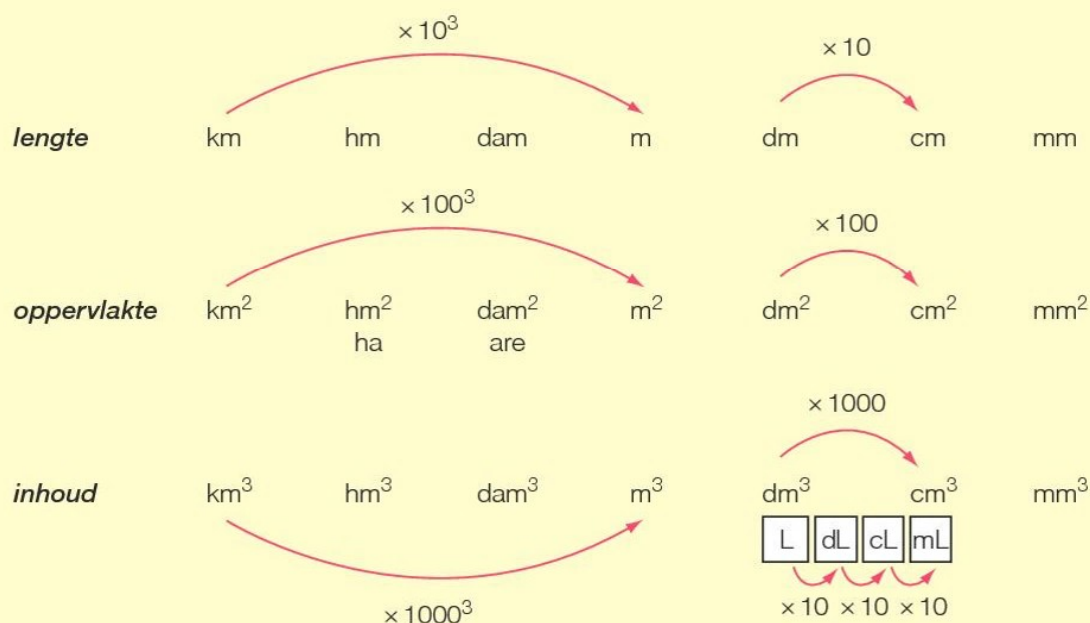
Dit kun je zien in het schema hiernaast.

Merk op dat $1 \text{ km} = 1000 \text{ meter} = 10^3 \text{ meter}$ en dus

ook $1 \text{ meter} = \frac{1}{1000} \text{ km} = \frac{1}{10^3} \text{ km}$.



Hoe je oppervlaktematen en inhoudsmaten omrekent zie je in het schema hieronder. Bij het omrekenen van km^2 naar m^2 gebruik je $1 \text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ m}^2 = 100^3 \text{ m}^2$ en dus ook $1 \text{ m}^2 = \frac{1}{100^3} \text{ km}^2$.



Voorbeeld

Bij een aanvaring met een olietanker komt een flinke hoeveelheid olie in zee terecht. Er vormt zich over een oppervlakte van 150 km^2 een laag olie met een dikte van $0,02 \text{ mm}$.

Bereken hoeveel liter olie in zee is gestroomd.

Aanpak

Omdat $1 \text{ liter} = 1 \text{ dm}^3$ reken je km^2 om naar dm^2 en mm naar dm .

Uitwerking

$$150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2 = 1,5 \cdot 10^{10} \text{ dm}^2 \text{ en}$$

$$0,02 \text{ mm} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ dm}$$

$$\text{Dus } 1,5 \cdot 10^{10} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 3000000 \text{ dm}^3 = 3 \text{ miljoen liter.}$$



Zie het voorbeeld.

a Licht toe dat $150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2$ en dat $0,02 \text{ mm} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm}$.

In de theorie staat dat $1 \text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ m}^2 = 100^3 \text{ m}^2$.

Jos zegt: omdat $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$ is $1 \text{ km}^2 = 1000^2 \text{ m}^2$.

b Reken na dat 100^3 hetzelfde is als 1000^2 .

c Licht de aanpak van Jos toe.

d Bereken op de manier van Jos hoeveel m^2 overeenkomt met 5 km^2 .

31

Vul in.



a $52 \text{ hm} = \dots \text{ m}$

e $1,45 \cdot 10^{-8} \text{ km}^3 = \dots \text{ m}^3$

b $3,4 \cdot 10^7 \text{ mm} = \dots \text{ km}$

f $5045 \text{ L} = \dots \text{ m}^3$

c $4,3 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$

g $0,06 \text{ dL} = \dots \text{ mL}$

d $6,1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = \dots \text{ ha}$

h $7,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = \dots \text{ L}$

32



- a Ronald heeft 50 m^2 hout geverfd en had precies genoeg aan 4 liter verf.

Bereken in welke dikte Ronald de verf heeft aangebracht. Geef het antwoord in mm.

- b De kraan in de keuken van Kees en Sandra lekt. Er lekt elke twee seconden één druppel water uit de kraan. Volgens Kees is dat geen probleem, want in een jaar tijd lekt er dan nog geen 8 liter water weg. Onderzoek met een berekening of Kees gelijk heeft. Gebruik dat een druppel een inhoud heeft van $0,05 \text{ mL}$.

A33



De hoeveelheid neerslag wordt meestal gegeven in mm.

De gemiddelde jaarlijkse neerslag in De Bilt is ongeveer 880 mm . Dat betekent dat er in een jaar op één vierkante meter in totaal $0,88 \text{ m}^3$ neerslag valt.

- a Licht dit toe. Hoeveel liter valt er in een jaar op één m^2 bij een jaarlijkse neerslag van 880 mm ?

De gemiddelde jaarlijkse neerslagduur in De Bilt is ongeveer 624 uur. Tijdens een wolkbreuk in De Bilt valt er in 20 minuten 24 mm neerslag. De neerslagintensiteit (het aantal mm neerslag per uur) tijdens de wolkbreuk was veel groter dan de gemiddelde neerslagintensiteit gedurende een jaar.

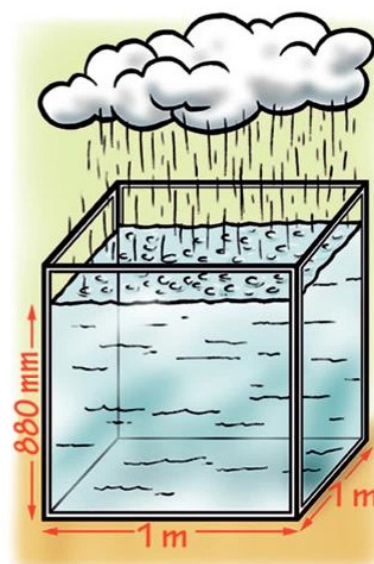
- b Bereken hoeveel keer groter.

- c Bereken hoeveel m^3 neerslag er tijdens de wolkbreuk viel op een voetbalveld in De Bilt. Het voetbalveld is 102 bij 65 meter.

In de maand juli valt er gemiddeld 81 mm neerslag in De Bilt.

Neem aan dat dit gemiddelde voor heel Nederland geldt.

- d Bereken in gehele m^3 nauwkeurig hoeveel neerslag er gemiddeld per Nederlander in de maand juli valt in heel Nederland. Gebruik dat de oppervlakte van Nederland $41\,500 \text{ km}^2$ is en dat Nederland $17,4$ miljoen inwoners heeft.



A34*****

De hoeveelheid water op aarde wordt geschat op 1385 miljoen kubieke kilometer (km^3).

Bijna al dit water is zout en bevindt zich in de zeeën en oceanen.

Slechts een klein deel van het water is zoet.

Daarvan is het grootste deel aanwezig in de vorm van ijs, voornamelijk in de ijskappen op de polen en in gletsjers. De rest van het zoet water zit in meren en rivieren, is grondwater of is als waterdamp in de lucht aanwezig.

De waterkringloop is een gesloten systeem waarbij geen water verloren gaat. Dit betekent dat de totale hoeveelheid water, in welke verschijningsvorm dan ook, constant is.

De ijskappen en gletsjers bevatten 2,1% van al het water op aarde. Dat is 68,7% van de totale hoeveelheid zoet water.

a Hoeveel km^3 zoet water is er op aarde?

Hoeveel m^3 is dat per aardbewoner? Gebruik dat er 7,7 miljard mensen op aarde zijn.

Jaarlijks verdampt vanuit de oceanen en zeeën $502\,800\text{ km}^3$ water en vanaf land (inclusief meren, rivieren, ijskappen en gletsjers) $74\,200\text{ km}^3$. De jaarlijkse hoeveelheid neerslag op de oceanen en zeeën is $458\,000\text{ km}^3$.

b Bereken hoeveel procent van het zoet water jaarlijks als neerslag op land valt. Ga ervan uit dat de totale jaarlijkse verdamping gelijk is aan de totale jaarlijkse neerslag. Rond af op twee decimalen.

**O35****☐◎***

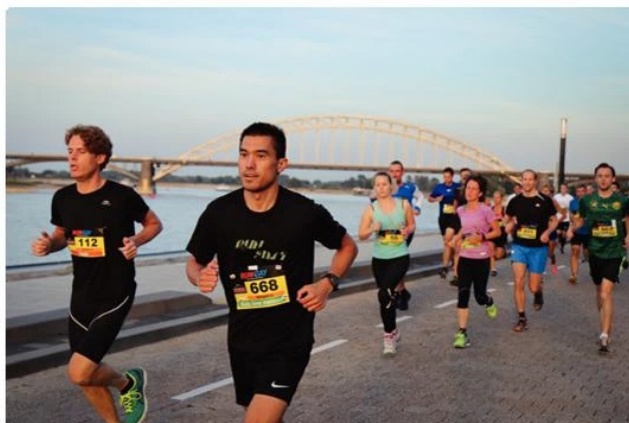
Stijn heeft de Bruggenloop Nijmegen gelopen. Hij legde het parcours van 7 km af in 27 minuten en 45 seconden. Om zijn gemiddelde snelheid in km per uur te berekenen, deel je de afstand in km door de tijd in uren.

a Licht toe dat

45 seconden = 0,75 minuten.

b Geef de tijd van Stijn in uren.

c Bereken de gemiddelde snelheid van Stijn in km per uur. Rond af op één decimaal.



Theorie C Tijd, afstand en snelheid

Snelheden worden in het dagelijks leven meestal gegeven in km per uur.

Notatie km/uur.

Bij wandelen heb je een snelheid van ongeveer 5 km/uur.

Een topatleet loopt de marathon met een snelheid van ongeveer 20 km/uur en op sommige snelwegen mag je met de auto 130 km/uur.

Soms is het nodig een snelheid om te rekenen van meter per seconde (m/s) naar km/uur of omgekeerd.

Omdat 1 uur = $60 \cdot 60 = 3600$ seconden krijg je

$1 \text{ m/s} = 3600 \text{ m/uur} = 3,6 \text{ km/uur}$.

Dus $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/uur}$.

Omgekeerd is $1 \text{ km/uur} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$.

$$\begin{aligned} 1 \text{ km/uur} &= \\ 1000 \text{ m/uur} &= \\ 1000 \text{ m}/3600 \text{ s} &= \\ 1 \text{ m}/3,6 \text{ s} &= \frac{1}{3,6} \text{ m/s} \end{aligned}$$

Voorbeeld

Op 20 augustus 2009 liep Usain Bolt de 200 meter in 19,19 seconden.

Hoeveel km/uur was zijn gemiddelde snelheid?

Rond af op drie decimalen.

Uitwerking

De gemiddelde snelheid is

$$\frac{200}{19,19} \text{ m/s} = \frac{200}{19,19} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 37,520 \text{ km/uur}.$$

$$\begin{aligned} \text{snelheid} &= \frac{\text{afstand}}{\text{tijd}} \\ \text{afstand} &= \text{snelheid} \times \text{tijd} \\ \text{tijd} &= \frac{\text{afstand}}{\text{snelheid}} \end{aligned}$$

36
☐ Ⓞ

- a** Het wereldrecord 100 meter sprint voor vrouwen staat op naam van Florence Griffith-Joyner met een tijd van 10,49 seconden. Bereken haar gemiddelde snelheid in km/uur en rond af op drie decimalen.
- b** Op 31 mei 2004 liep Kenenisa Bekele uit Ethiopië de 5000 meter in 12.37,35. Dat betekent 12 minuten en 37,35 seconden. Hoeveel km/uur was zijn gemiddelde snelheid? Rond af op drie decimalen.
- c** De marathon is een hardloopwedstrijd over 42,195 km. Eliud Kipchoge uit Kenia liep op 16 september 2018 de marathon van Berlijn in 2:01.39, dus in 2 uur, 1 minuut en 39 seconden. Wat was zijn gemiddelde snelheid? Geef het antwoord in km/uur en rond af op drie decimalen.



Florence Griffith-Joyner

A37
☐⊙*

Jos loopt een paar keer per week hard. Hij heeft een korte route van 6,0 km en een lange route van 9,8 km.

- a Zijn record op de korte route is precies 25 minuten.
Met welk gemiddelde snelheid in km/uur heeft hij die keer gelopen?
- b Bij zijn record op de lange route was zijn gemiddelde snelheid 14 km/uur.
Bereken zijn recordtijd in minuten.
- c Het hardloophorloge van Jos geeft telkens na een km de km-tijd en de gemiddelde snelheid over deze km.
Welke km-tijd moet Jos gemiddeld aanhouden als hij zijn korte route in 26 minuten wil lopen?
- d Ter voorbereiding op een marathon doet Jos een duurloop. Hij loopt 1 uur en 50 minuten met een gemiddelde snelheid van 12,6 km/uur.
Welke afstand heeft Jos gelopen?

A38
☐⊙*

Vleermuizen gebruiken ultrageluid als radar. Met hun snuit produceren ze hoogfrequente pieptonen. Uit het teruggekaatste geluid maken ze op wat er zich in hun omgeving bevindt.

Hoeveel seconden zit er tussen het produceren van een pieptoon en het opvangen daarvan, als een voorwerp op een afstand van 200 cm van de vleermuis het geluid weerkaatst? Gebruik dat het geluid een snelheid heeft van 1235 km/uur.



E39
*

Sandra rent van A naar B en meteen daarna terug naar A. Op de heenweg loopt ze met een snelheid van 14 km/uur en op de terugweg met een snelheid van 12 km/uur. Ze doet 1 uur en 5 minuten over de totale afstand. Hoeveel km is de afstand tussen A en B?

Terugblik

De wetenschappelijke notatie

In de wetenschappelijke notatie staat een getal in de vorm $a \cdot 10^b$, waarbij a een getal tussen 1 en 10 is.

Een antwoord als $1.72\text{E}11$ op de GR betekent $1,72 \cdot 10^{11}$. In de gewone notatie is dit 172 000 000 000, dus 172 miljard. De komma is 11 plaatsen naar rechts verschoven.

En $8.1\text{E}-11$ betekent $8,1 \cdot 10^{-11}$. In de gewone notatie is dit 0,000 000 000 081. De komma is 11 plaatsen naar links verschoven en dat betekent dat in de gewone notatie het getal met 11 nullen begint.

Lengte, oppervlakte en inhoud

Hieronder staan de belangrijkste maten voor lengte, oppervlakte en inhoud.

lengte	km	hm	dam	m	dm	cm	mm
oppervlakte	km ²	hm ² (ha)	dam ² (are)	m ²	dm ²	cm ²	mm ²
inhoud	km ³	hm ³	dam ³	m ³	dm ³ (L)	cm ³ (mL)	mm ³

Bij de lengtematen zit er tussen elke stap een factor 10.

Zo is $1 \text{ km} = 10 \cdot 10 \cdot 10 \text{ m} = 1000 \text{ m}$. Omgekeerd is $1 \text{ m} = \frac{1}{1000} \text{ km}$.

Bij de oppervlaktematen zit er tussen elke stap een factor 100.

Zo is $1 \text{ cm}^2 = \frac{1}{100^2} \text{ m}^2$.

Bij de inhoudsmaten zit er tussen elke stap een factor 1000.

Zo is $1 \text{ m}^3 = 1000^3 \text{ mm}^3$. Verder is $1 \text{ L} = 10 \text{ dL} = 100 \text{ cL} = 1000 \text{ mL}$.

Tijd, afstand en snelheid

Bij het omrekenen van meter per seconde (m/s) naar kilometer per uur (km/uur) gebruik je dat $1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/uur}$.

Omgekeerd is $1 \text{ km/uur} = \frac{1}{3,6} \text{ m/s}$.

Loopt een atleet de 400 meter in 44,25 seconden, dan is zijn gemiddelde

snelheid $\frac{400}{44,25} \text{ m/s} = \frac{400}{44,25} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 32,542 \text{ km/uur}$.

Een atleet die 35 minuten hardloopt met een gemiddelde snelheid van 15,3 km/uur heeft een afstand van

$15,3 \cdot \frac{35}{60} = 8,925 \text{ km}$ afgelegd.

Loop je een afstand van 13,8 km met een gemiddelde

snelheid van 11,5 km/uur, dan doe je daar $\frac{13,8}{11,5} = 1,2$ uur over.

Dat is 1 uur en $0,2 \cdot 60$ minuten = 1 uur en 12 minuten.

$$\begin{aligned}\text{snelheid} &= \frac{\text{afstand}}{\text{tijd}} \\ \text{afstand} &= \text{snelheid} \times \text{tijd} \\ \text{tijd} &= \frac{\text{afstand}}{\text{snelheid}}\end{aligned}$$

1.3 Omgaan met tabellen

O40
□ ⊗ *

De ANWB biedt een autoverzekering aan. Bij het vaststellen van de premie gebruikt de ANWB een bonus-malusregeling. Schadevrij rijden wordt beloond met een korting op de premie. De korting kan oplopen tot 80%. Bij schade kan het percentage afnemen. Het is zelfs mogelijk dat een toeslag op de premie wordt toegepast. Ga uit van een basispremie van 1000 euro per jaar. Bij het aangaan van de verzekering geldt trede 6 als uitgangspunt. Je krijgt direct 35% korting en betaalt dus € 650,- voor het eerste jaar. Zie de tabel.

BONUS/MALUSLADDER ANWB-AUTOVERZEKERING

Bonus/ malus-trede	Korting/ Toeslag in %	Nieuwe bonus/malustrede na een verzekeringsjaar met:				
		0 schades	1 schade	2 schades	3 schades	4+ schades
21	80	21	16	11	6	1
20	80	21	15	10	5	1
19	80	20	14	9	4	1
18	80	19	13	8	3	1
17	80	18	12	7	2	1
16	80	17	11	6	1	1
15	80	16	10	5	1	1
14	80	15	9	4	1	1
13	75	14	8	3	1	1
12	70	13	7	2	1	1
11	65	12	6	1	1	1
10	55	11	5	1	1	1
9	50	10	4	1	1	1
8	45	9	3	1	1	1
7	40	8	2	1	1	1
6	35	7	1	1	1	1
5	20	6	1	1	1	1
4	+10	5	1	1	1	1
3	+10	4	1	1	1	1
2	+10	3	1	1	1	1
1	+10	2	1	1	1	1

Mevrouw Zalm gaat op 1 januari 2010 de verzekering aan. Ze rijdt vijf jaar zonder schade.

a Licht toe dat in 2015 mevrouw Zalm € 350,- premie betaalt.

b In 2015 heeft mevrouw Zalm één schade.

Op welke trede is ze op 1 januari 2016? Hoeveel moet ze betalen?

c In de jaren 2016, 2017, 2018 en 2019 rijdt mevrouw Zalm schadevrij.

In 2020 heeft ze twee schades.

Op welke trede is mevrouw Zalm op 1 januari 2021? Hoeveel premie moet ze dan betalen?

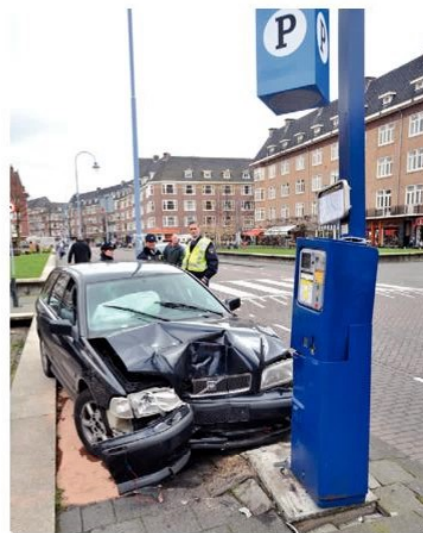
O41




Zie opgave 40.

Ga weer uit van een basispremie van 1000 euro.
 Meneer Verbeek zit op 1 januari 2015 op trede 12.
 Hij betaalt dan 300 euro voor zijn autoverzekering.
 In 2015 heeft hij één schade van 450 euro.
 Stel dat hij de schade meldt bij de ANWB.

- Op welke trede is meneer Verbeek op 1 januari 2016? Hoeveel betaalt hij dan?
- In de jaren 2016, 2017, 2018 en 2019 rijdt meneer Verbeek schadevrij.
 Hoeveel euro heeft hij in totaal betaald aan de ANWB in de periode van 1 januari 2016 tot en met 1 januari 2020?
- Neem aan dat meneer Verbeek de in 2015 opgelopen schade niet bij de ANWB zou hebben gemeld. Op 1 januari 2016 zit hij dus op trede 13. Enzovoort.
 Hoeveel euro zou hij dan aan de ANWB hebben betaald in de periode van 1 januari 2016 tot en met 1 januari 2020?
- Vergelijk de antwoorden op de vragen b en c. Welk advies zou je aan een automobilist geven wanneer het tot een schade komt?



O42




In de tabel staan gegevens over de melkveehouderij in Nederland.

OMVANG MELKVEEHOUDERIJ

jaar	aantal bedrijven	aantal melkkoeien ×1000	totale melkproductie in 1000 ton*
1975	91 700	2218	10 286
1985	58 000	2367	12 525
1995	38 800	1698	11 165
2005	23 500	1433	10 827
2015	18 300	1620	13 500

* 1 ton = 1000 kg

- Doe aan de hand van de tabel een uitspraak over het verloop van het aantal bedrijven, over het aantal koeien en over de melkproductie.
- De bedrijfsomvang is het aantal koeien per bedrijf.
 Maak een tabel met de gemiddelde bedrijfsomvang. Rond af op gehelen.
- Toon aan dat in 1975 de gemiddelde melkproductie per bedrijf ongeveer gelijk was aan 112 ton.
- Breid je tabel uit met kolommen over de gemiddelde melkproductie per bedrijf in tonnen en de gemiddelde melkproductie per koe in kg. Rond af op gehelen.
- Doe aan de hand van de toegevoegde kolommen enkele uitspraken over de ontwikkeling van de melkveehouderij in Nederland.

Theorie A Twee soorten tabellen

Tabellen worden vaak gebruikt om een grote hoeveelheid cijfermateriaal op een overzichtelijke wijze te presenteren. Vandaar dat je deze in kranten, tijdschriften en leerboeken regelmatig aantreft.

Vaak zijn in deze tabellen **onderzoeksresultaten** verwerkt, zoals bij de tabel over de melkveehouderij. Er zijn echter ook tabellen waarbij geen onderzoeksresultaten zijn verwerkt, maar waarbij sprake is van een **voorschrift**, zoals in de tabel van de ANWB.

Bij een tabel moet het duidelijk zijn wat elk getal in de tabel voorstelt. Maak je zelf een tabel, zorg dan voor voldoende duidelijkheid over de betekenis van de kolommen en de rijen.

Let bij een tabel op het volgende.

- Maakt de titel duidelijk waar de tabel over gaat?
- Is het duidelijk wat de rijen en de kolommen voorstellen?
- Zijn moeilijke begrippen toegelicht?



In de tabel staat informatie over enkele landen van de EU. De gegevens zijn van 1 januari 2018.

BEVOLKING VAN EU-LANDEN

land	aantal inwoners ×1000	aantal inwoners per km ²	beroepsbevolking ×1000	aandeel landbouw in beroepsbevolking
Bulgarije	7102	65	3017	6,8%
Nederland	17 118	505	7969	1,2%
Roemenië	19 524	85	8951	28,3%
Zweden	10 120	25	5361	2,0%
EU	516 195	115	238 900	5,0%

- Maak een tabel met de oppervlakte in km² ×1000. Rond af op gehelen.
- Voeg de kolom 'bevolking als percentage van het totaal van de EU' toe.
- Hoeveel personen waren op 1 januari 2018 in Roemenië werkzaam in de landbouw? Rond af op duizendtallen.
- Hoeveel procent van de bevolking van Zweden behoorde op 1 januari 2018 tot de beroepsbevolking?
- Hoeveel procent van de bevolking van Bulgarije was op 1 januari 2018 werkzaam in de landbouw?



44



In de tabel hiernaast staat informatie over de parlementen van enkele landen.

- a Italië heeft 62,1 miljoen inwoners. Hoeveel parlementsleden zijn er in Italië?
- b Rusland heeft 142,3 miljoen inwoners. Hoeveel parlementsleden zijn er in Rusland per 100 000 inwoners? Rond af op twee decimalen.
- c Maak een tabel met het aantal inwoners in miljoenen. Rond af op één decimaal.

PARLEMENTSLEDEN PER LAND 2018

land	aantal	aantal per 100 000 inwoners
Italië		1,02
Duitsland	709	0,88
Rusland	450	
Denemarken	179	3,20
Nederland	150	0,86
IJsland	63	18,53
Luxemburg	60	10,17

45



De stroom die zonnepanelen opwekken, kan direct in huis gebruikt worden of teruggeleverd worden aan het elektriciteitsnet. De energiemeter registreert hoeveel stroom je van het elektriciteitsnet afneemt en hoeveel stroom je aan het elektriciteitsnet levert. De aan het net geleverde stroom streept de leverancier jaarlijks weg tegen de verbruikte stroom. Als je op jaarbasis meer stroom aan het net hebt geleverd dan afgenomen, krijg je hiervoor per kWh een vergoeding; de zogenaamde *terugleververgoeding*. Bij elke leverancier van elektriciteit betaal je leveringskosten, dat zijn de vaste kosten. Verder betaal je een bedrag per geleverde kWh. In deze opgave bekijken we drie leveranciers en drie huishoudens. Zie de tabellen.

leverancier	leveringskosten per maand	bedrag per geleverde kWh	terugleververgoeding per kWh
A	€2,50	€0,2010	€0,054
B	€5,75	€0,1805	€0,092
C	€7,75	€0,1785	€0,115

huishouden	verbruik kWh per jaar	opbrengst zonnepanelen kWh per jaar
Djoser	3500	0
Erikson	2700	1800
Franken	3300	4500

Onderzoek voor elk van de huishoudens welke leverancier het voordeligst is.

Kinderopvang wordt door de overheid gesubsidieerd. Ook de werkgever betaalt mee.

De totale kinderopvangtoeslag is afhankelijk van het gezamenlijk inkomen van de ouders. Zie de tabel. Hierin kun je ook zien welk percentage van de opvangkosten ouders vergoed krijgen. Kinderopvang Nijntje rekent een uurtarief van € 6,90.

Een kind dat elke week één dag naar de kinderopvang gaat, verblijft daar in totaal 45,5 uur per maand.

Voor een kind dat elke week een halve dag naar de opvang gaat, is dat 22,75 uur per maand.

- a** Martijn en Judith hebben een gezamenlijk jaarinkomen van € 60 000,- per jaar. Ze brengen hun twee kinderen één dag per week naar kinderopvang Nijntje.

Toon aan dat dit per maand zonder toeslag € 627,90 en met toeslag € 94,19 kost.

- b** Eva en Luuk hebben twee kinderen. De oudste gaat één dag per week naar opvang Nijntje en de andere gaat anderhalve dag per week. Eva verdient € 4000,- per maand en Luuk € 3200. Hoeveel procent van hun maandsalaris zijn ze kwijt aan kinderopvang?



KINDERDAGOPVANG 2018

(gezamenlijk) jaarinkomen		kinderopvang- toeslag	
van	tot	1 ^e kind	2 ^e kind
lager dan	€ 19.433	96,0%	96,0%
€ 19.434	€ 20.728	96,0%	96,0%
€ 20.729	€ 22.020	96,0%	96,0%
€ 22.021	€ 23.315	96,0%	96,0%
€ 23.316	€ 24.610	96,0%	96,0%
€ 24.611	€ 25.903	95,6%	95,7%
€ 25.904	€ 27.197	94,5%	95,5%
€ 27.198	€ 28.487	93,5%	95,3%
€ 28.488	€ 29.879	92,6%	95,1%
€ 29.880	€ 31.269	92,0%	95,0%
€ 31.270	€ 32.662	91,0%	94,8%
€ 32.663	€ 34.053	90,5%	94,6%
€ 34.054	€ 35.447	89,7%	94,6%
€ 35.448	€ 36.838	88,9%	94,6%
€ 36.839	€ 38.262	88,3%	94,6%
€ 38.263	€ 39.689	87,5%	94,6%
€ 39.690	€ 41.116	86,8%	94,6%
€ 41.117	€ 42.542	86,1%	94,6%
€ 42.543	€ 43.971	85,2%	94,6%
€ 43.972	€ 45.398	84,7%	94,6%
€ 45.399	€ 46.824	83,9%	94,6%
€ 46.825	€ 48.251	83,3%	94,6%
€ 48.252	€ 49.810	82,4%	94,6%
€ 49.811	€ 52.868	80,9%	94,6%
€ 52.869	€ 55.924	80,1%	94,2%
€ 55.925	€ 58.982	79,0%	93,6%
€ 58.983	€ 62.041	76,8%	93,2%
€ 62.042	€ 65.097	75,5%	92,9%
€ 65.098	€ 68.156	72,3%	92,2%
€ 68.157	€ 71.213	69,9%	91,9%
€ 71.214	€ 74.271	67,6%	91,2%
€ 74.272	€ 77.331	65,4%	90,5%
€ 77.332	€ 80.387	63,1%	90,0%
€ 80.388	€ 83.447	60,9%	89,6%
€ 83.448	€ 86.504	58,4%	89,3%
€ 86.505	€ 89.560	56,2%	88,6%
€ 89.561	€ 92.618	54,0%	88,2%
€ 92.619	€ 95.737	51,6%	87,7%
€ 95.738	€ 98.869	49,6%	87,0%
€ 98.870	€ 102.000	47,5%	86,5%
€ 102.001	€ 105.131	45,4%	86,1%

A47 Zie opgave 46.

***** Anne en Sanne hebben twee kinderen die beiden twee dagen per week naar de kinderopvang gaan. Zij zijn 4,5% van hun maandsalaris kwijt aan kinderopvang.

Onderzoek welk mogelijk gezamenlijk jaarinkomen per jaar Anne en Sanne hebben.

A48 Zorgverzekeraar Avéro biedt naast de verplichte basisverzekering ook aanvullende verzekeringen aan. Een klant kan ervoor kiezen om een aanvullende verzekering af te sluiten. Iedereen heeft een wettelijk verplicht eigen risico van 385 euro. Je kunt het eigen risico echter ook verhogen. In dat geval krijg je een korting op de premie.

Zie de tabel hiernaast voor de verzekeringen die Avéro aanbiedt.

a Mevrouw Lever is 56 jaar. Ze neemt een basisverzekering en een aanvullende verzekering Royaal. Ze neemt geen aanvullende tandartsverzekering. Mevrouw Lever betaalt per maand en ze verhoogt het eigen risico met 200 euro. Bereken hoeveel premie ze jaarlijks moet betalen.

b Elsemieke is 22 jaar. Ze sluit een basisverzekering af, verhoogt haar eigen risico met 500 euro en neemt een aanvullende tandartsverzekering Intro. Ze betaalt per halfjaar. Bereken hoeveel premie Elsemieke per halfjaar betaalt.

Indien je werkgever afspraken heeft gemaakt met de zorgverzekeraar is het mogelijk om extra korting te krijgen. In dat geval krijg je 10% korting op de basisverzekering en 15% op de aanvullende verzekeringen.

c Femke is 35 jaar en breidt de basisverzekering uit met een aanvullende verzekering Royaal en een aanvullende tandartsverzekering Start. Ze verhoogt het eigen risico niet. Femke wil kosten besparen door gebruik te maken van de korting via haar werkgever en door per jaar te betalen. Bereken welk bedrag Femke hierdoor in een jaar aan premie bespaart.

ZORGVERZEKERING VAN AVERO 2018

Eigen risico	Premie
Premie bij €385 eigen risico	€119,45
Premie bij €485 eigen risico	€115,45
Premie bij €585 eigen risico	€111,45
Premie bij €685 eigen risico	€107,45
Premie bij €785 eigen risico	€103,45
Premie bij €885 eigen risico	€99,45

Aanvullende verzekeringen

Leeftijd	Intro	Start	Royaal
0 t/m 17	€0	€0	€0
18 t/m 34	€7,25	€17,75	€27,95
35 t/m 54	€7,95	€19,75	€35,75
vanaf 55	€8,95	€19,95	€35,50

Aanvullende tandartsverzekeringen

Leeftijd	Intro	Start	Royaal
0 t/m 17	n.v.t	n.v.t	n.v.t
18 t/m 29	€14,95	€20,80	€35,75
vanaf 30	€15,95	€22,95	€41,50

- De premies zijn per maand.
- Bij betaling per halfjaar wordt 1,25% korting en bij betaling per jaar wordt 3% korting gegeven op de te betalen premie.

Van een persoon is gedurende een groot aantal jaren de lichaamslengte en de armlengte bijgehouden. Zie de tabel.

LICHAAMS- EN ARMLENGTE

lichaamslengte in cm	60	80	100	120	140	160
armlengte in cm	25	33	40	45	49	52

- Teken de punten die uit de tabel volgen en teken door de punten een vloeiende kromme.
- Gebruik de grafiek om een schatting te geven van de armlengte bij een lichaamslengte van 85 cm.
- Schat de armlengte bij een lichaamslengte van 180 cm.

Theorie B Interpoleren en extrapoleren

Bij een tabel met waarnemingsresultaten kun je tussenliggende waarden schatten. Dat heet **interpoleren**. Bij **extrapoleren** geef je een schatting van een waarde die buiten de waarnemingen ligt.

In opgave 49 ben je bij het interpoleren en extrapoleren uitgegaan van een grafiek. We spreken dan van **grafisch interpoleren** en **grafisch extrapoleren**.

Interpoleren: schatten van een tussenliggende waarde.

Extrapoleren: schatten van een waarde die buiten de gegevens ligt.

Behalve grafisch interpoleren en extrapoleren, kun je ook interpoleren en extrapoleren met behulp van een berekening. Ga je hierbij uit van een lineair verband, dan heet dat **lineair interpoleren** of **lineair extrapoleren**.

Petra rijdt op de snelweg. Om 14:05 uur heeft ze 28 km afgelegd. Om 14:20 uur is dat 58 km. Zie de tabel.

Om met lineair interpoleren een schatting te geven van het aantal km dat ze heeft afgelegd om 14:15 uur, ga je als volgt te werk.

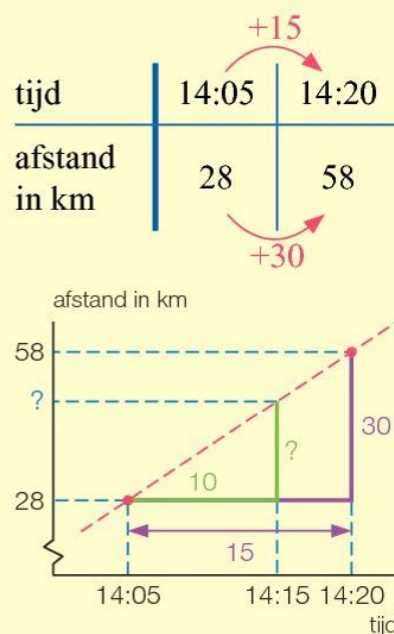
In 15 minuten legt ze $58 - 28 = 30$ km af, dus

in één minuut legt ze $\frac{30}{15} = 2$ km af.

14:15 uur is 10 minuten na 14:05 uur, dus om 14:15 uur heeft ze $28 + 10 \cdot 2 = 48$ km afgelegd.

Om met lineair extrapoleren een schatting te geven van het aantal km dat ze heeft afgelegd om 14:33 uur, ga je als volgt te werk.

14:33 uur is 13 minuten na 14:20 uur, dus om 14:33 uur heeft ze $58 + 13 \cdot 2 = 84$ km afgelegd.



figuur 1.4

Voorbeeld

Gegeven is de volgende tabel.

jaar	1995	2002	2005	2011	2020
aantal	670	508	281	220	193

- a Bereken het aantal in 2009 met lineair interpoleren. Rond af op gehelen.
- b Bereken het aantal in 2027 met lineair extrapoleren. Rond af op gehelen.

Aanpak

- a 2009 ligt tussen 2005 en 2011, dus gebruik het gedeelte van de tabel dat hiernaast staat.
- b Gebruik de laatste ontwikkeling om het aantal te berekenen in 2027, dus gebruik het gedeelte van de tabel dat hiernaast staat.

jaar	2005	2011
aantal	281	220

+6
-61
+9

jaar	2011	2020
aantal	220	193

-27

Uitwerking

- a In 6 jaar 61 minder, dus in 1 jaar $\frac{61}{6}$ minder.
2009 is 4 jaar na 2005, dus in 2009 is het aantal $281 - 4 \cdot \frac{61}{6} \approx 240$.
- b In 9 jaar 27 minder, dus in 1 jaar $\frac{27}{9} = 3$ minder.
2027 is 7 jaar na 2020, dus in 2027 is het aantal $193 - 7 \cdot 3 = 172$.

50
📌

Het aantal Nederlandse gemeenten daalt al jaren. De daling is het gevolg van gemeentelijke herindelingen, waarbij gemeenten worden samengevoegd. In de tabel hieronder staat voor een aantal jaren het aantal Nederlandse gemeenten vermeld.

AANTAL NEDERLANDSE GEMEENTEN OP 1 JANUARI

jaar	2000	2015	2019
aantal	537	393	355



Bereken met lineair interpoleren of lineair extrapoleren het aantal gemeenten op 1 januari van het jaar

- a 2010
- b 2018
- c 2021.

51
☐◎*

Op een winterse dag was de temperatuur om 7:00 uur $-4,5^{\circ}\text{C}$. Vier uur later, dus om 11:00 uur, was de temperatuur gestegen tot $2,3^{\circ}\text{C}$.

- a Bereken met lineair interpoleren de temperatuur om 9:30 uur.
- b Bereken met lineair extrapoleren de temperatuur om 14:00 uur.
- c Waarom is lineair extrapoleren onverstandig als je de temperatuur om 20:00 uur wilt schatten?

A52
☐◎*

Hepatitis A is een leverontsteking die wordt veroorzaakt door het hepatitis A-virus. Mensen raken besmet door contact met zieken of door voedsel of water dat verontreinigd is met ontlasting dat het virus bevat. De kans op besmetting neemt toe naarmate de hygiënische omstandigheden slechter zijn. Er is geen behandeling met medicijnen voor hepatitis A. Wel is het mogelijk om te vaccineren om de ziekte te voorkomen.

De infectieziekte tuberculose (tbc) wordt veroorzaakt door een bacterie. Bij niet of niet goed behandelen kan de ziekte dodelijk zijn. Wereldwijd is tuberculose een groot probleem. In landen waar tuberculose vaak voorkomt wordt tegen de ziekte gevaccineerd.

In de tabel staat informatie over het aantal meldingen van hepatitis A en tuberculose in Nederland.

AANTAL MELDINGEN HEPATITIS A EN TUBERCULOSE IN NEDERLAND

jaar	1970	1990	2000	2016
hepatitis A	3789	771	658	81
tuberculose	2570	1369	1443	889

Bereken met lineair interpoleren

- a het aantal meldingen van hepatitis A in 2010
- b het aantal meldingen van tuberculose in 2015.

Het aantal meldingen van tuberculose vertoont wel een dalende trend, maar soms neemt het aantal meldingen toch nog toe ten opzichte van het jaar ervoor. Neem eens aan dat je alleen over de gegevens van 1970 en 2016 zou beschikken.

- c In welk jaar zouden er dan volgens lineair extrapoleren geen meldingen meer zijn van tuberculose in Nederland?

A53
*

Het aantal Nederlanders van 100 jaar en ouder (100-jarigen) neemt voortdurend toe. Ook neemt het aantal 100-jarige mannen ten opzichte van het aantal 100-jarige vrouwen toe. In 2017 was deze verhouding 1 : 6 en de verwachting is dat de verhouding 3 : 14 zal zijn in 2024. Neem aan dat het percentage van 100-jarigen dat man is lineair toeneemt.

In het jaar 2029 zal onder de 100-jarigen de verhouding mannen en vrouwen gelijk zijn aan 1 : p .

Bereken p . Rond af op gehelen.

Terugblik

Tabellen maken

In een tabel kun je cijfermateriaal overzichtelijk presenteren.

Bij een tabel moet je goed kijken naar het opschrift, de betekenis van de kolommen en de rijen en naar de toelichting van moeilijke begrippen.

Tabellen met onderzoeksresultaten

Tabellen zijn vaak het resultaat van een onderzoek dat naar aanleiding van een vraagstelling is uitgevoerd. Bestudering van de verkregen tabel kan weer aanleiding zijn tot verder onderzoek.

Door verschillende kolommen in een tabel te combineren, kun je vaak nog heel wat extra informatie krijgen. Zo kun je met de onderstaande tabel over de volkshuisvesting in Nederland het antwoord vinden op de volgende vragen.

- Is in de afgelopen 50 jaar het aantal kamers per woning gestegen?
- Is de afgelopen 50 jaar het aantal personen per woning toe- of afgenomen?
- Hoe heeft het aantal personen per kamer zich in de afgelopen 50 jaar ontwikkeld?

VOLKHUISVESTING IN NEDERLAND

jaar	aantal woningen ×1000	aantal kamers ×1000	aantal inwoners ×1000
1971	3873	20 179	12 787
1998	6425	29 555	15 760
2008	7107	31 635	16 537
2018	7740	33 437	17 118

Tabellen met voorschrift

Een tabel met tarieven is een voorbeeld van een tabel met een voorschrift. Door zo'n tabel te bestuderen is soms een gunstig tarief te vinden.

Interpoleren en extrapoleren

Met de tabel hiernaast kun je het aantal woningen in 2014 schatten. Met lineair interpoleren gaat dat als volgt.

In 10 jaar 633 meer, dus in 1 jaar $\frac{633}{10} = 63,3$ meer.

2014 is 6 jaar na 2008, dus in 2014 krijg je $7107 + 6 \cdot 63,3 \approx 7487$.

Dus ongeveer 7487 duizend woningen.

Met lineair extrapoleren kun je nagaan dat het aantal woningen in 2025 ongeveer gelijk is aan $7740 + 7 \cdot 63,3 \approx 8183$ duizend woningen.

jaar	2008	2018
aantal	7107	7740

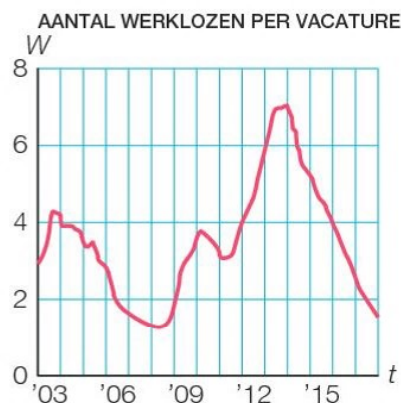
+10
+633

1.4 Informatie in grafieken

054
□ ⊗ *

In figuur 1.5 zie je voor een aantal jaren het aantal werklozen per vacature.

- Met hoeveel procent is het aantal werklozen per vacature toegenomen in 2012?
- Is het voor iemand die werkloos is moeilijk of juist gemakkelijk een baan te vinden als het aantal werklozen per vacature groot is? Licht toe.



figuur 1.5

Theorie A Uitzetten tegen

Behalve tabellen kun je ook grafieken gebruiken om informatie overzichtelijk weer te geven. In figuur 1.5 hierboven heb je daarvan een voorbeeld gezien. In deze figuur is het aantal werklozen per vacature W **uitgezet tegen** de tijd t .

W uitzetten tegen t betekent dat je een grafiek tekent waarbij t op de horizontale as staat en W op de verticale as.

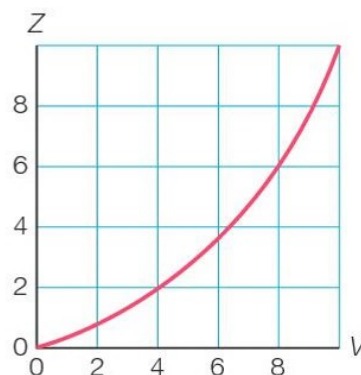
55
□ ⊗ *

[▶ WERKBLAD] Op de Veluwe kunnen volgens natuurbeheerders maximaal 835 wilde zwijnen leven. In jaren dat er veel eikels en beukenootjes zijn, neemt het aantal wilde zwijnen explosief toe. Soms zijn er het jaar daarop dan wel 10 000 wilde zwijnen op de Veluwe. Met zo'n grote populatie neemt ook het aantal aanrijdingen tussen voertuigen en wilde zwijnen toe.

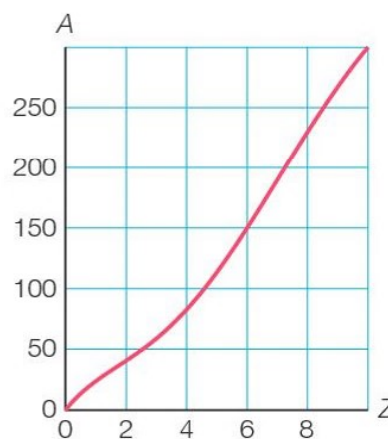
In figuur 1.6 is Z uitgezet tegen V . Hierbij is Z het aantal wilde zwijnen op de Veluwe in duizendtallen en V de hoeveelheid voedsel in miljoenen kg eikels en beukenootjes in het jaar daarvoor.

In figuur 1.7 is A uitgezet tegen Z . Hierbij is A het aantal aanrijdingen op de Veluwe tussen voertuigen en wilde zwijnen.

- Met welk percentage neemt het aantal aanrijdingen toe als de hoeveelheid voedsel toeneemt van 4 tot 8 miljoen kg?
- In een jaar zijn er 80 aanrijdingen met wilde zwijnen op de Veluwe. Schat de hoeveelheid voedsel in het jaar daarvoor.
- Teken een grafiek waarin je het aantal aanrijdingen uitzet tegen de hoeveelheid voedsel in het jaar daarvoor.

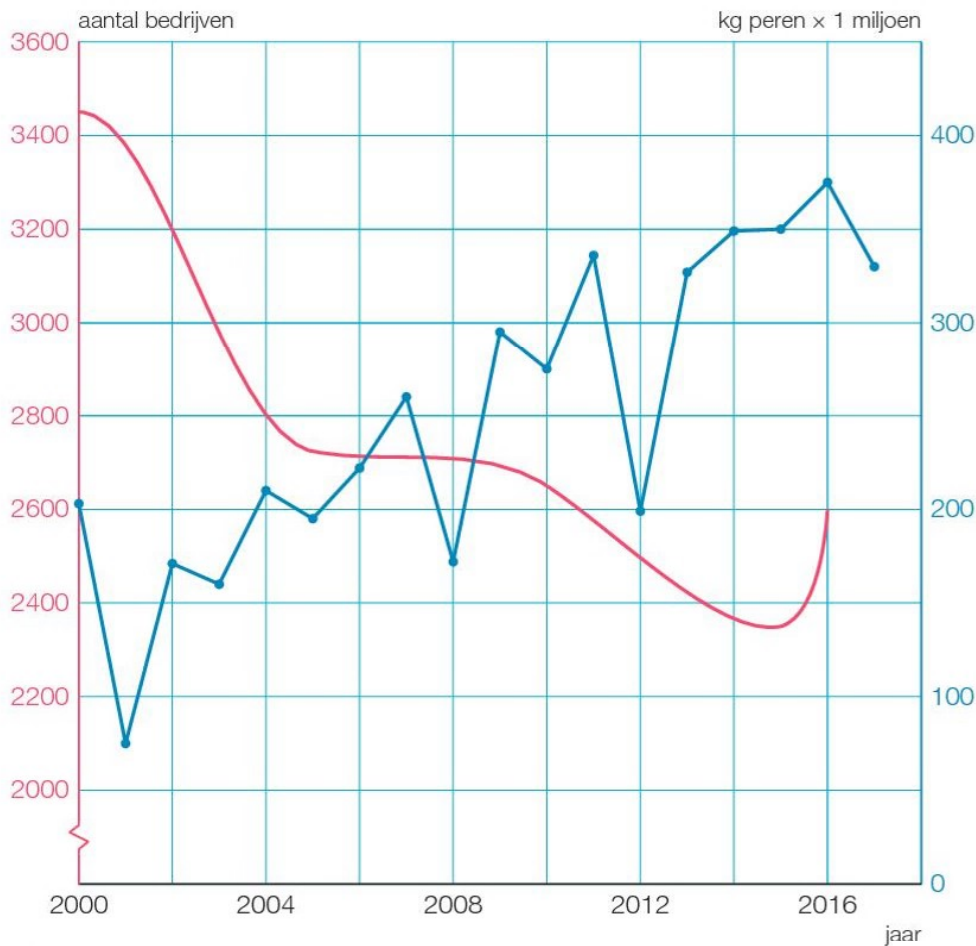


figuur 1.6



figuur 1.7

Figuur 1.8 gaat over het aantal fruittelers in Nederland dat peren levert en de perenoogst van deze bedrijven.



figuur 1.8

Je ziet dat er in 2010 in Nederland ongeveer 2650 fruittelers van peren waren en dat deze bedrijven in totaal ongeveer 275 miljoen kg peren afleverden.

- Hoeveel kg peren leverde een bedrijf gemiddeld af in 2010?
- Het aantal bedrijven is in de periode 2000-2015 afgenomen. Met hoeveel procent?
- De perenoogst wisselt nogal sterk van jaar tot jaar. Dat komt onder andere omdat de oogst van het weer afhangt. Hoeveel procent is de grootste oogst meer dan de kleinste oogst in de periode 2000-2017?
- De grafiek van het aantal bedrijven is als een vloeiende kromme getekend en de grafiek van de perenoogst als losse lijnstukken. Waarom denk je dat dit zo gedaan is?

In 2015 werd er in totaal op 9234 hectare landbouwgrond peren verbouwd. In 2000 was dat nog 6019 hectare.

- Hoeveel was in 2015 de perenoogst per hectare?
- Met hoeveel procent is het aantal hectare per bedrijf waar peren worden verbouwd toegenomen in de periode 2000-2015?

In de figuur hieronder zie je informatie over het gemiddeld aantal kinderen per vrouw en de gemiddelde leeftijd waarop vrouwen hun eerste kind krijgen in Nederland.



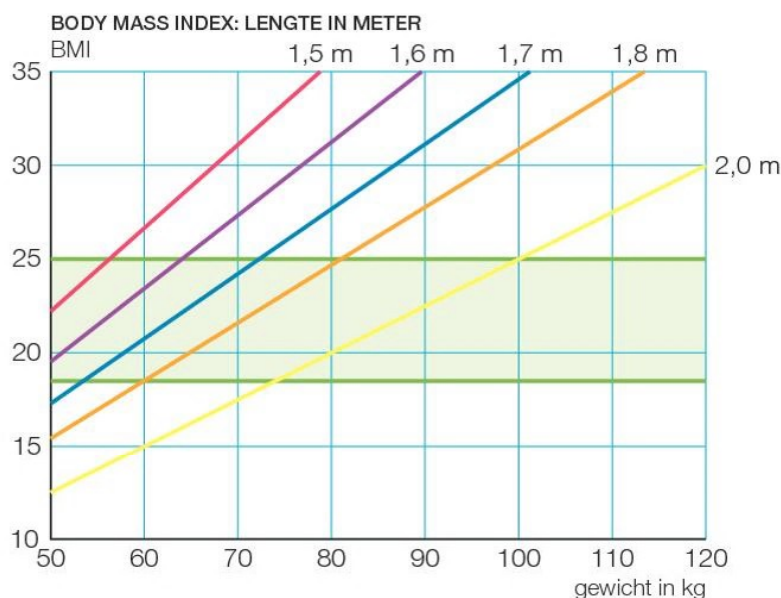
figuur 1.9

Zeg van elk van onderstaande beweringen of deze op grond van de figuur te verdedigen zijn. Licht telkens je antwoord toe.

- De gemiddelde leeftijd waarop vrouwen hun eerste kind krijgen neemt voortdurend toe.
- Het gemiddeld aantal kinderen per vrouw is tussen 2010 en 2016 met ongeveer 8% gedaald.
- Het gemiddeld aantal kinderen per vrouw was in 2016 flink toegenomen ten opzichte van dat in 1999.
- In 1992 treedt een bijzondere situatie op, gezien het snijpunt van de grafieken.
- Je kunt aan de grafieken zien dat het aantal inwoners van Nederland op den duur zal afnemen.



De Body Mass Index (BMI) hangt af van het gewicht en de lengte van een persoon. In de figuur hiernaast is de BMI uitgezet tegen het gewicht. Voor een aantal lengtes is de bijbehorende grafiek getekend. Volwassenen hebben een gezond gewicht als de BMI tussen 18,5 en 25 ligt. In de figuur is dit met een groene strook aangegeven. Gebruik de figuur om de volgende vragen te beantwoorden.



figuur 1.10

- Jos weegt 90 kg en zijn lengte is 170 cm. Wat is zijn BMI?
- Frank heeft een lengte van 180 cm. Zijn BMI is 27. Hoeveel kg moet hij afvallen om een gezond gewicht te hebben?

Theorie B Grafiekenbundels

In de figuur van opgave 58 is voor een aantal lengtes de grafiek getekend in een assenstelsel waar de BMI is uitgezet tegen het gewicht. Zo'n figuur heet een **grafiekenbundel**. De bundel hoeft niet te bestaan uit een aantal rechte lijnen. Zo is in de figuur hiernaast de BMI uitgezet tegen de lengte. In deze figuur is voor een aantal



figuur 1.11

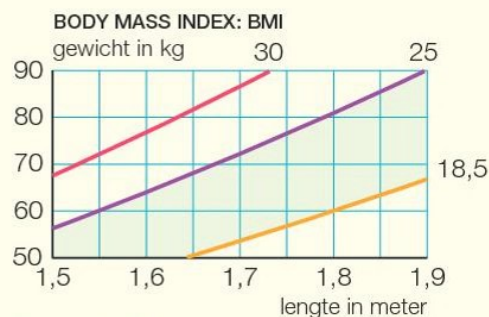
gewichten de bijbehorende kromme getekend. Ook is de groene strook getekend die gezond gewicht aangeeft. Je leest bijvoorbeeld af dat bij een gewicht van 70 kg en een lengte van 175 cm een gezond gewicht hoort. Let bij het aflezen van grafiekenbundels goed op het opschrift en wat er bij de assen staat. Gebruik een geodriehoek om nauwkeurig af te lezen. In het voorbeeld zie je hoe dat gaat.

Voorbeeld

In de figuur hiernaast is het gewicht uitgezet tegen de lengte.

Een volwassen persoon met een BMI tussen 18,5 en 25 heeft een gezond gewicht.

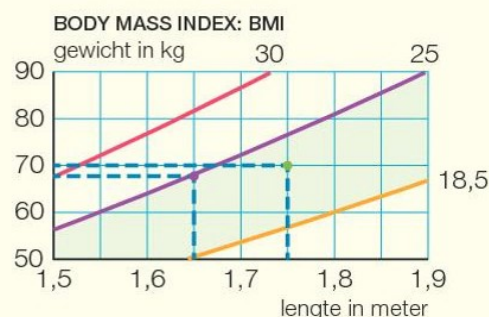
- Koen heeft een lengte van 165 cm en een gewicht van 75 kg.
Hoeveel kg moet Koen afvallen om een gezond gewicht te hebben?
- Eline heeft een lengte van 175 cm en een gewicht van 70 kg.
Geef een schatting van haar BMI.



figuur 1.12

Uitwerking

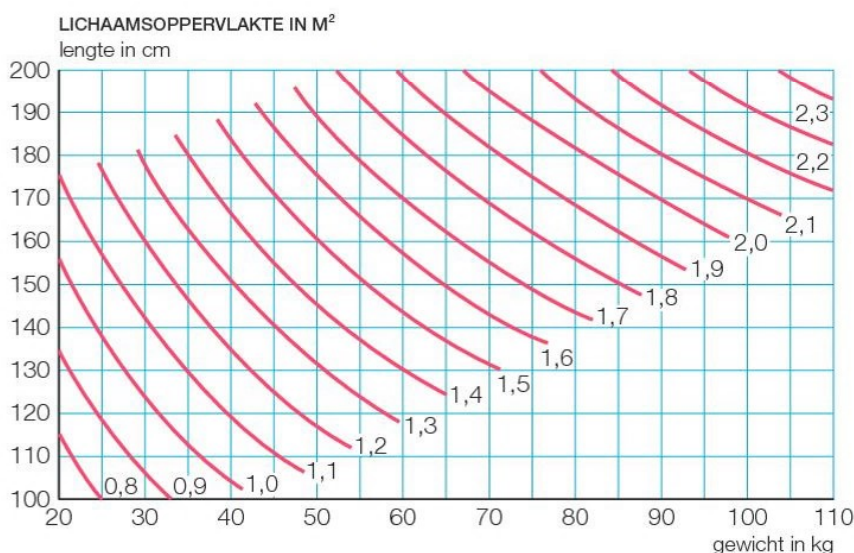
- Zie de figuur. Bij een lengte van 1,65 meter en een BMI van 25 hoort een gewicht van 68 kg.
Koen moet dus 7 kg afvallen.
- Zie de figuur. Een schatting van haar BMI is 23.



59
WERKBLAD

[▶ WERKBLAD] Voor het bepalen van de juiste dosering van sommige medicijnen is het van belang de lichaamsoppervlakte van de patiënt te kennen. In figuur 1.13 kun je bij een gegeven lengte en een gegeven gewicht de lichaamsoppervlakte van een persoon aflezen.

- Bas is 1,70 meter lang. Bas volgt een afslankkuur, waardoor zijn gewicht afneemt van 100 kg tot 90 kg.
Met hoeveel procent neemt zijn lichaamsoppervlakte af?
- Bekijk personen met een lengte van 1,70 meter.
Zet in een grafiek de lichaamsoppervlakte uit tegen het gewicht van deze personen.
Vul daartoe de tabel hiernaast in.



figuur 1.13

gewicht					
lichaamsoppervlakte					

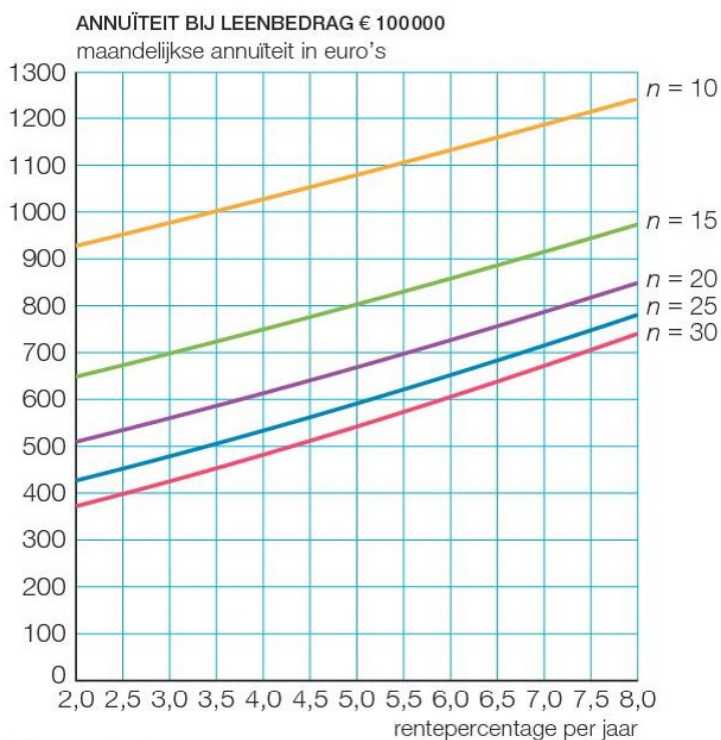
[▶ WERKBLAD] Bij een hypotheek op basis van annuïteit betaal je gedurende de looptijd een vast bedrag per maand. Dit bedrag, de maandelijkse annuïteit, bestaat voor een gedeelte uit rente en voor een gedeelte uit aflossing van de hypotheek. In het begin van de looptijd betaal je vooral rente, en aan het eind vooral aflossing.

Het resultaat is dat je maandelijks hetzelfde bedrag betaalt, en dat aan het eind van de looptijd het volledige hypotheekbedrag is afgelost.

De maandelijkse annuïteit hangt af van het geleende bedrag, de looptijd en het rentepercentage.

In de figuur hiernaast is uitgegaan van een hypotheek van 100 000 euro.

De maandelijkse annuïteit in euro's is uitgezet tegen het rentepercentage per jaar. De looptijd n is in jaren. In deze opgave gebruik je alleen de looptijden die in de figuur zijn aangegeven. Zo lees je bijvoorbeeld af dat bij een rentepercentage van 6% en een looptijd van 15 jaar, de maandelijkse annuïteit ongeveer 860 euro is. Leen je 150 000 euro in plaats van 100 000 euro, dan is de maandelijkse annuïteit anderhalf keer zo groot, dus ongeveer 1290 euro.



figuur 1.14

- a** De familie Donders neemt een annuïteitenhypotheek van 350 000 euro. Ze kunnen per maand maximaal 2100 euro betalen. De rente is 5,0%. Welke looptijd raad jij aan?

De rente is afhankelijk van de looptijd. Zie de tabel hiernaast. De familie Everaars neemt een annuïteitenhypotheek van 250 000 euro.

Ze kunnen per maand maximaal 1750 euro betalen.

- b** Welke looptijd raad je de familie Everaars aan in het geval dat ze een zo laag mogelijke maandlast willen hebben? Licht toe.
- c** Welke looptijd raad je de familie Everaars aan in het geval dat ze de hypotheek zo snel mogelijk willen aflossen? Hoeveel is dan de maandlast?

looptijd (jaren)	10	15	20	25	30
rentepercentage	3,5	4,0	5,0	5,5	6,0

A61


[▶ WERKBLAD] In de tabel zie je van enkele vogels het gewicht. In de grafiek is voor een aantal gewichten de vleugeloppervlakte A van vogels uitgezet tegen de kruissnelheid v . Hierin is A in m^2 en v in m/s . De kruissnelheid is de snelheid waarbij het energieverbruik per afgelegde afstand minimaal is. Gebruik de tabel en de figuur bij het beantwoorden van de vragen.

vogel	gewicht
spreeuw	80 gram
kiekendief	470 gram
blauwe reiger	1,5 kg
ooievaar	3,4 kg
zeearend	5 kg
kraanvogel	5,5 kg
albatros	8 kg

a Een vogel heeft een kruissnelheid van 14 m/s en een vleugeloppervlakte van $0,2 \text{ m}^2$.

Welke vogel is dat?

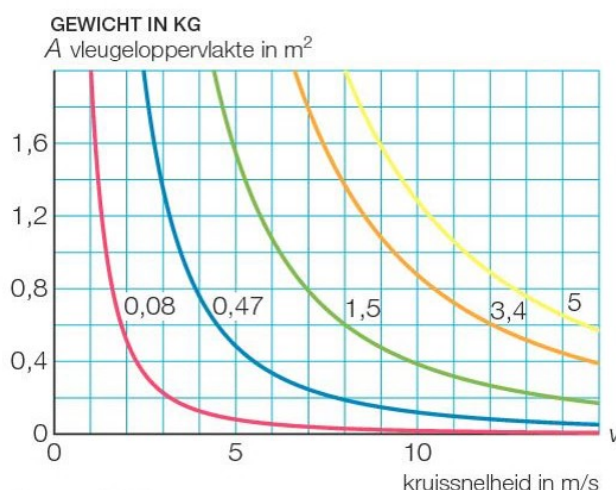
b Een kiekendief heeft een kruissnelheid van 30 km/uur .

Hoeveel cm^2 is de vleugeloppervlakte?

Rond af op gehelen.

c Een zeearend heeft een vleugeloppervlakte van 7200 cm^2 . Hij vliegt op kruissnelheid over een afstand van 200 km .

Hoelang doet hij hierover? Geef het antwoord in kwartieren nauwkeurig.

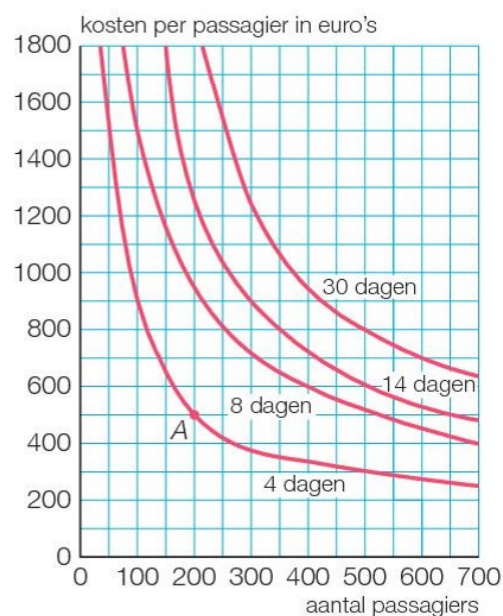


figuur 1.15

A62


[▶ WERKBLAD] De firma Suncruises is eigenaar van enkele cruiseschepen. Het schip Sun of the Sea heeft een maximale capaciteit van 700 passagiers. De kosten voor Suncruises van een trip met de Sun of the Sea hangen af van de duur van de trip en van het aantal passagiers. Zie figuur 1.16. Een cruise van 4 dagen bij een bezetting met 200 passagiers kost Suncruises 500 euro per persoon. Zie het punt A in de figuur.

Op een cruise met 300 passagiers maakt Suncruises een winst van 27000 euro. Voor de cruise betaalt een passagier 990 euro. Hoeveel dagen duurt de cruise?



figuur 1.16

A63


Zie opgave 62.

Bij een cruise van 30 dagen maakt de firma Suncruises een winst van 53000 euro, dat komt overeen met een winst van $11,7\%$.

Hoeveel betaalt een passagier voor deze cruise?

Terugblik

Uitzetten tegen

Bij de opdracht 'Zet de waterhoogte uit tegen de tijd' zet je de tijd op de horizontale as en de waterhoogte op de verticale as.

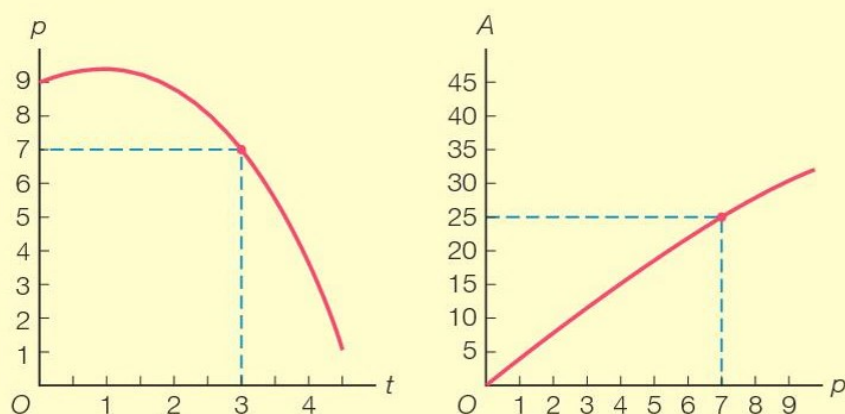
Let bij het aflezen uit grafieken goed op de informatie bij de assen en op de gebruikte eenheden.

Grafieken combineren

Door de grafieken in de figuren hieronder te combineren kun je bij een waarde t de bijbehorende waarde van A te weten komen.

Bijvoorbeeld bij $t = 3$ hoort $p = 7$ en bij $p = 7$ hoort $A = 25$.

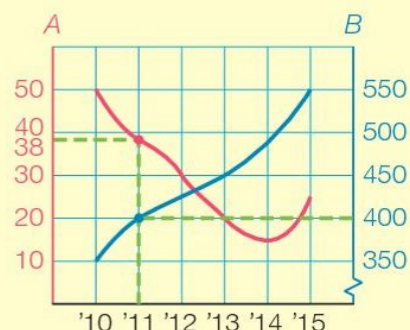
Dus bij $t = 3$ hoort $A = 25$.



Twee verticale assen

De grafieken van twee verschijnselen kun je in één figuur verwerken door met twee verticale assen te werken. Zo is voor 2011 af te lezen $A = 38$ en $B = 400$. Kijk op de juiste as.

Door het gebruik van verschillende verticale assen heeft het snijpunt van de grafieken geen betekenis.



Grafiekenbundels

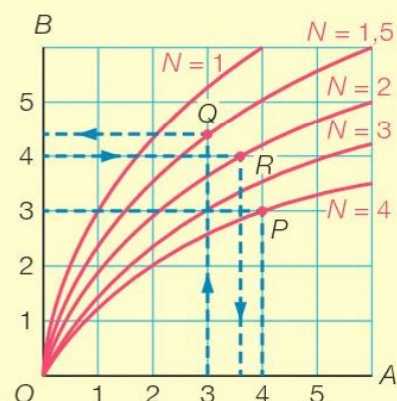
Een grafiekenbundel bestaat uit een aantal grafieken die in één figuur zijn samengebracht.

In de grafiekenbundel hiernaast is voor een aantal waarden van N de variabele B uitgezet tegen A .

Voor $A = 4$ en $B = 3$ krijg je het punt P , dus $N = 4$.

Voor $A = 3$ en $N = 1,5$ krijg je het punt Q , dus $B \approx 4,4$.

Voor $B = 4$ en $N = 2$ krijg je het punt R , dus $A \approx 3,6$.



Eindopdracht **RUN Winschoten**

Elk jaar wordt op de tweede zaterdag in september de RUN Winschoten gehouden. Dit hardloopevenement bestaat uit verschillende onderdelen waaronder de RUN 100. Dit is een hardloopwedstrijd van 100 km voor de echte ultralopers. Hieraan is het Nederlands kampioenschap verbonden, maar er doen ook veel lopers uit andere landen mee. Er wordt gelopen in tien rondes van elk 10 km.

In 2017 werd de 100 km gewonnen door de Belg Wouter Decock in een tijd van 6:46:12, dus 6 uur, 46 minuten en 12 seconden. De Nederlander Pascal van Norden eindigde als tweede en werd daarmee Nederlands kampioen.

In de tabel hieronder zie je het eerste gedeelte van de uitslagen van deze wedstrijd.



100 KM SOLO

Rank	Cat	Name	Nation	Lap1	Lap2	Lap3	Lap4	Lap5	Lap6	Lap7	Lap8	Lap9	Lap10	Time
1	M	W. Decock	BEL	38:59	39:06	39:59	41:20	39:03	40:31	40:23	41:35	41:53	43:29	06:46:12
2	M	P. van Norden	NED	40:25	40:43	40:28	40:06	40:21	40:47	41:36	43:18	43:51	43:38	06:55:10
3	M	G. Wegener	GER	41:59	41:31	41:27	41:36	42:00	42:43	44:38	46:08	49:20	47:13	07:18:31
4	M	O. Velicka	CZE	42:02	41:58	43:01	42:57	43:12	43:46	45:03	46:07	46:43	45:02	07:19:47
5	M	B. Arreborg Hansen	DEN	43:11	42:48	42:42	42:40	43:07	43:20	44:31	44:56	46:40	47:04	07:20:56
6	M	B. van Rijswijk	NED	42:38	42:51	43:03	42:41	42:27	44:09	46:38	44:24	47:37	48:01	07:24:25
7	M	J. Arzubialde	ESP	43:45	43:50	44:15	44:09	43:25	44:57	46:40	48:30	48:57	50:19	07:38:44
8	M	R. Breedveld	NED	43:32	43:33	44:20	44:37	45:25	47:26	48:13	48:44	49:54	50:07	07:45:47
9	M	D. Orálek	CZE	41:58	41:31	41:03	41:07	44:20	47:19	48:27	53:21	53:35	53:36	07:46:14
10	M	M. Ehm	GER	43:48	43:51	43:40	43:29	44:01	45:13	46:44	49:15	48:30	59:56	07:48:22
11	W	S. Sundberg	SWE	45:41	45:37	46:00	46:55	47:48	45:33	46:02	47:10	50:28	49:02	07:50:13
12	M	G. Ceuppens	BEL	46:55	47:24	47:50	47:00	47:23	47:01	47:29	50:35	49:46	47:59	07:59:19
13	W	K. Kasparova	CZE	47:27	46:51	46:39	46:57	47:27	48:28	50:35	50:39	52:28	52:19	08:09:45

Onderzoek welke van de volgende beweringen waar zijn.

- Als Pascal van Norden de tweede 50 km net zo snel had gelopen als de eerste 50 km, had hij de wedstrijd gewonnen.
- Van de deelnemers die gemiddeld sneller dan 12,5 km/uur liepen, was minder dan 10% vrouw.
- De winnaar bij de mannen liep meer dan 15% sneller dan de winnaar bij de vrouwen.
- De twee beste Belgen waren gemiddeld sneller dan de drie beste Tsjechen.

Werk bij de volgende opdracht in groepjes van drie of vier.

- Bedenk elk een bewering bij de tabel van de uitslagen zoals hierboven en laat de anderen in de groep onderzoeken of de bewering juist is. Daag je klasgenoten uit.

Diagnostische toets

1.1 Rekenen met procenten en verhoudingen

- 1** **a** De huurprijs voor een woning is met 3,5% toegenomen tot € 745,20. Wat was de oorspronkelijke huurprijs?
- b** In 2018 was een energierekening € 1232,-. In 2017 was dat € 1318,-. Bereken de procentuele verandering.
- c** Het aantal werknemers bij een bedrijf is met 45 afgenomen. Dat was een daling van 13,8%. Hoeveel werknemers heeft het bedrijf nu?
- 2** In een verffabriek worden jaarlijks vier miljoen blikken verf geproduceerd. Deze verf wordt verpakt in blikken van 0,5 liter, 1 liter en 2,5 liter in de verhouding 6 : 7 : 7. Bereken hoeveel liter verf er jaarlijks in de fabriek wordt geproduceerd.

1.2 Maatsystemen

- 3** Bereken. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond zo nodig af op twee decimalen.
- a** $850 \cdot 125\,000$ **b** $2,13 \cdot 10^{-2} \times 3,68 \cdot 10^{-4}$ **c** $\frac{5,5}{2 \text{ miljoen}}$
- 4** Vul in.
- a** $610 \text{ cm}^2 = \dots \text{ m}^2$ **c** $8,2 \text{ km}^2 = \dots \text{ m}^2$ **e** $8,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 = \dots \text{ L}$
- b** $3,7 \cdot 10^6 \text{ mm} = \dots \text{ hm}$ **d** $3,1 \cdot 10^6 \text{ mL} = \dots \text{ dm}^3$ **f** $6,15 \cdot 10^{-4} \text{ ha} = \dots \text{ cm}^2$
- 5** Rosa heeft een emmer met een inhoud van 20 liter. Ze bouwt een zandkasteel waarvoor ze 35 emmers zand gebruikt. Een cm^3 zand bevat ongeveer 10 000 zandkorrels. Uit hoeveel zandkorrels bestaat het zandkasteel ongeveer? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
- 6** De CN-Tower in Toronto was met 553 meter jarenlang het hoogste vrijstaande bouwwerk ter wereld. De CN-Tower wordt veel door toeristen bezocht die met de lift in 58 seconden naar het eerste uitkijkpunt op 350 meter hoogte worden gebracht.
- a** Bereken de gemiddelde snelheid van deze lift in km/uur. Rond af op één decimaal.
- b** Een andere lift brengt je in 23 seconden van het eerste naar het tweede uitkijkpunt. De gemiddelde snelheid van deze lift is 15,3 km/uur. Bereken in gehele meters nauwkeurig op welke hoogte het tweede uitkijkpunt zich bevindt.



1.3 Omgaan met tabellen

- 7** In de tabel staat informatie die hoort bij de drie grootste luchthavens van Europa in 2017.

GROOTSTE LUCHTHAVENS VAN EUROPA IN 2017

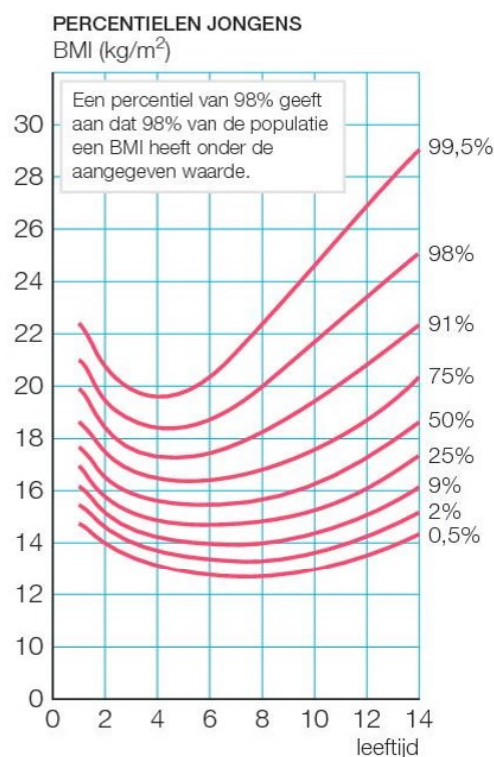
luchthaven	aantal passagiers × 1 000 000	aantal overstappers per 1000 passagiers	aantal passagiersvluchten × 1000	aandeel passagiers- vluchten
London Heathrow	78,0	304	471	99,4%
Paris C. de Gaulle	69,5	168	476	93,3%
Schiphol	68,5	369	497	89,3%

- Maak een tabel met het aantal overstappers.
- Voeg een kolom toe met het totaal aantal vluchten.
- Voeg een kolom toe met het gemiddeld aantal passagiers per passagiersvlucht.
- In 2012 was het aantal passagiersvluchten op Paris C. de Gaulle 458 duizend.
Bereken met lineair interpoleren het aantal passagiersvluchten op Paris C. de Gaulle in 2015.
- In 2012 was het aantal passagiers op Schiphol 57,5 miljoen.
Bereken met lineair extrapoleren het gemiddeld aantal passagiers per dag in 2021.

1.4 Informatie in grafieken

- 8** [WERKBLAD] Bij volwassenen is er sprake van een gezond gewicht als de BMI tussen 18,5 en 25 ligt. Voor kinderen zijn de grenswaarden afhankelijk van de leeftijd, want tijdens de groeifase verandert de hoeveelheid vetweefsel. In figuur 1.17 kun je de grenswaarden voor jongens van verschillende leeftijd aflezen. Men spreekt van ondergewicht als een jongen bij de laagste 9% zit en van overgewicht als een jongen tot de hoogste 9% behoort.

- Sam is 12 jaar en hij heeft ondergewicht. Wat weet je van zijn BMI?
- Finn heeft een BMI van 18. Hij heeft overgewicht. Wat weet je van zijn leeftijd?
- Levi is 6 jaar en heeft een BMI van 17. Schat hoeveel procent van de 6-jarige jongens een hogere BMI heeft dan Levi.
- Zet in een grafiek voor jongens van tien jaar de percentielen uit tegen de BMI.



figuur 1.17